

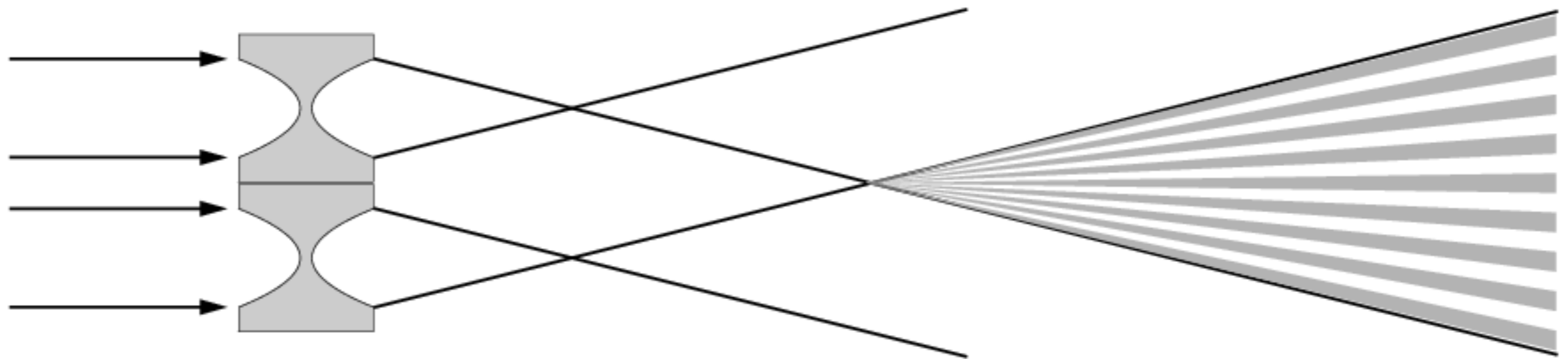
*Численное моделирование
оптических свойств
рентгеновского билинзового
интерферометра*

В. Г. Кон

Конференция X-Ray 2010, Черноголовка

Введение

Развитие технологии изготовления планарных преломляющих линз с параболическим профилем поверхности и малым радиусом кривизны, а значит и апертуры, позволило сделать следующий шаг, а именно, создать билинзовый интерферометр, то есть поставить две одинаковые линзы на предельно коротком поперечном расстоянии между ними. Две линзы фокусируют почти параллельный пучок, создавая вторичные источники расходящегося излучения. В области перекрытия волновых полей происходит интерференция. Из-за конечной апертуры линз область перекрытия ограничена.



Метод расчета

Проблема теоретического моделирования работы билинзового интерферометра эквивалентна общей проблеме расчета когерентного фазового контраста от любых объектов. Эта проблема решается в два этапа. Вторым этапом - это перенос излучения по воздуху. Пусть нам известна функция $E_1(x)$ сразу за объектом. Надо найти функцию $E_2(x)$ на расстоянии z от объекта.

Эта задача решается с помощью свертки функции $E_1(x)$ с пропагатором Киркгофа $P(x, z)$, то есть

$$E_2(x) = P(x - x', z) * E_1(x'), \quad P(x, z) = \frac{1}{(i\lambda z)^{1/2}} \exp\left(i\pi \frac{x^2}{\lambda z}\right)$$

Один из двух способов вычисления свертки - метод двойного преобразования Фурье

$$E_2(q) = P(q, z)E_1(q), \quad P(q, z) = \exp\left(-i\lambda z \frac{q^2}{4\pi}\right)$$

При этом используется алгоритм FFT на очень большой системе точек, так как пропагатор очень быстро осциллирует. Обычно я беру число точек равным $65536 = 64 K = 2^{16}$ и компьютер еще не тормозит.

Моделирование объекта

Первый этап - это перенос излучения через объект. Если объект относительно тонкий и слабо изменяет траекторию лучей внутри себя, то достаточно учесть только неоднородный набег фазы на прямолинейной траектории луча внутри объекта. В этом приближении задача решается так. Пусть нам известна функция $E_0(x)$ непосредственно перед объектом. Тогда функция $E_1(x)$ сразу за объектом равна

$$E_1(x) = E_0(x)T(x), \quad T(x) = \exp(i\varphi(x)),$$

$$\varphi(x) = k[-\delta + i\beta]t(x), \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad n = 1 - \delta + i\beta$$

Здесь предполагается однородный материал, но неоднородная толщина объекта вдоль траектории лучей. Функция $T(x)$ называется трансмиссионной функцией. Перенос излучения через любой объект можно описать трансмиссионной функцией, но в общем случае она имеет вид матрицы $T(x, x')$ и для каждой точки x после объекта нужно суммировать все точки x' перед объектом. Мы же используем геометрическую оптику для объекта и только диагональную часть трансмиссионной матрицы. Здесь и выше λ - длина волны монохроматического излучения, n - комплексный показатель преломления.

Моделирование объекта

Конкретно для билинзового интерферометра имеем

$$t(x) = (x - x_k)^2/R, \quad |x - x_k| < A/2$$

$$t(x) = t_0, \quad |x| < d_0/2$$

$$t(x) = t_1, \quad |x| > d_0/2 + A$$

$$x_k = \pm(A + d_0)/2, \quad t_0 = A^2/4R$$

Здесь R - радиус кривизны вершины параболической поверхности линз, A - апертура линз, d_0 - ширина разделительной полосы между ними, t_0 - полная длина линзы, t_1 - большая толщина, эффективно учитывающая щель. В расчете линза предполагается одноэлементной и двояковогнутой, хотя реально она состоит из N элементов с радиусом кривизны $R_0 = RN$. Но в данной модели обе линзы эквивалентны. Фокусное расстояние такой линзы для параллельного пучка равно $F = R/2\delta$.

В данном докладе для иллюстрации работы программы рассмотрены следующие значения параметров: $A = 50$ мкм, $R_0 = 6.25$ мкм, $N = 6$ и 26 , $d_0 = 10$ мкм, энергия фотонов $E = 12$ кэВ, $\lambda \approx 1$ Å. Размер источника $S = 50$ мкм, расстояние до источника $z_0 = 5760$ см.

Метод расчета

Когерентное волновое поле создается точечным источником, который эквивалентен дельта-функции, то есть падающее на объект излучение тоже описывается пропагатором Киркгофа. Итак имеем

$$E_2(x) = P(x - x', z_d) * T(x')P(x', z_0)$$

где z_d - расстояние от интерферометра до детектора. Известно, что такой интеграл по модулю эквивалентен следующему

$$|E_2(x)|^2 = |a(x_0)|^2, \quad a(x_0) = P(x_0 - x', Z) * T(x')$$

где

$$x_0 = x \frac{z_0}{z_t}, \quad Z = \frac{z_0 z_d}{z_t}, \quad z_t = z_0 + z_d$$

то есть результат в случае освещения объекта расходящимся пучком эквивалентен параллельному пучку, но с перенормированным расстоянием и поперечной координатой. Это всегда надо помнить, но моя программа явно это не учитывает, поскольку она способна делать перенос излучения через воздух и объекты многократно. В расходящемся пучке картинка расширяется и отодвигается дальше от объекта.

Параметры

Аналитический анализ проведем для параллельного пучка. На расстоянии F от интерферометра имеем два источника поперечно разделенных расстоянием $d = A + d_0$. При этом на расстоянии $z_1 = z_d - F$ формируется периодическое распределение интенсивности с периодом $\Lambda = \lambda z_1 / d$. Период линейно растет с расстоянием. Так как перекрытие формально начинается при $z_1 = F$, то минимально возможный период равен $\Lambda_0 = \lambda F / d \approx \lambda F / A \approx w_f$, то есть минимальный период равен ширине фокуса линз.

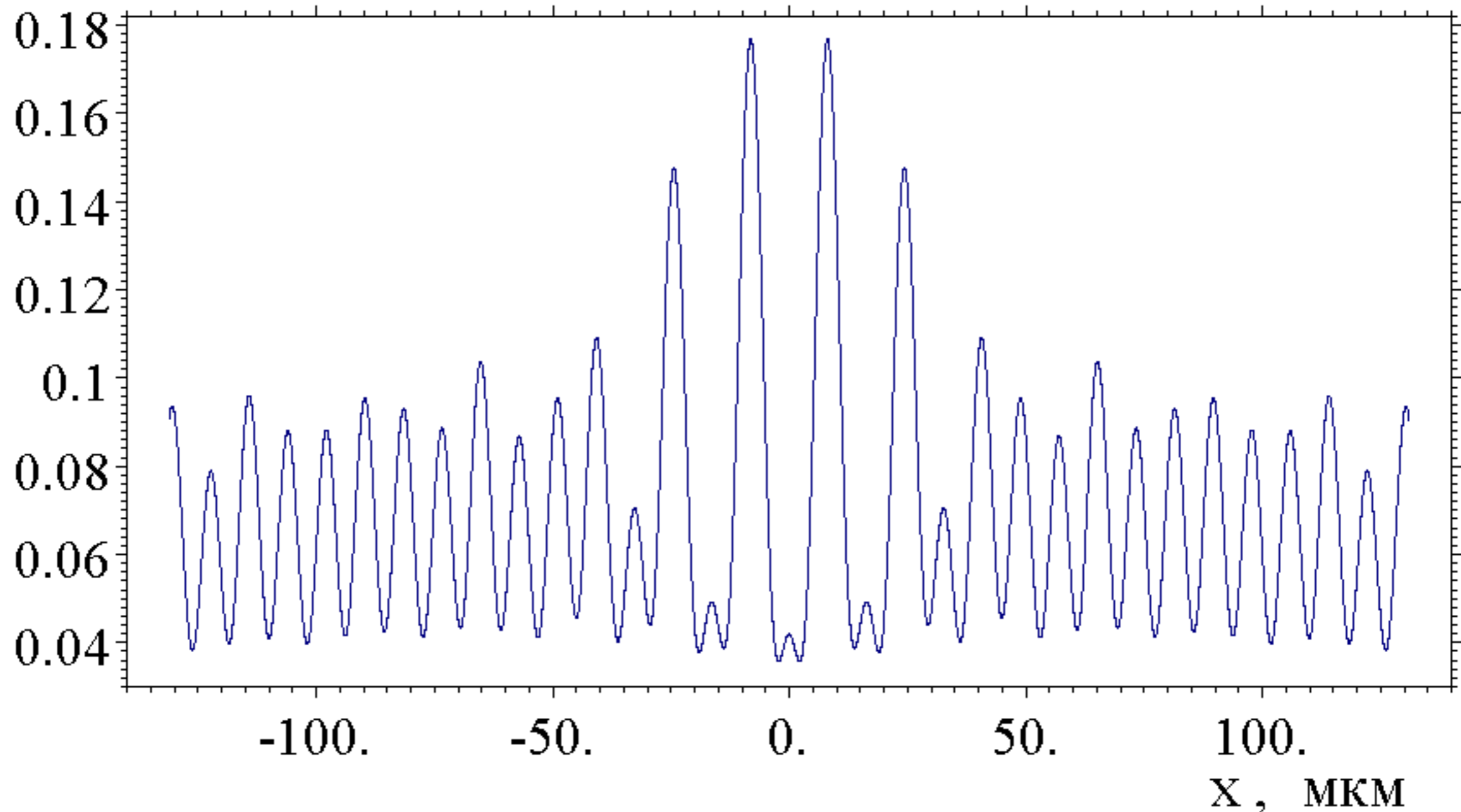
Особенность рентгеновских линз в том, что они поглощают и эффективная апертура линз, определяется поглощением. Поэтому реально минимальный период в несколько раз больше размера фокуса и фиксируется на расстоянии $z_1 > F$. Тем не менее получить период стоячей волны меньше микрона очень просто, возможно даже выйти на уровень около ста нанометров. С другой стороны верхний предел на период ограничен только продольным расстоянием.

Размер источника портит контраст, так как необходимо усреднять картину по размеру проекции источника $s = Sz_d / z_0$. Ухудшение контраста можно использовать для измерения размера источника.

Результат 1

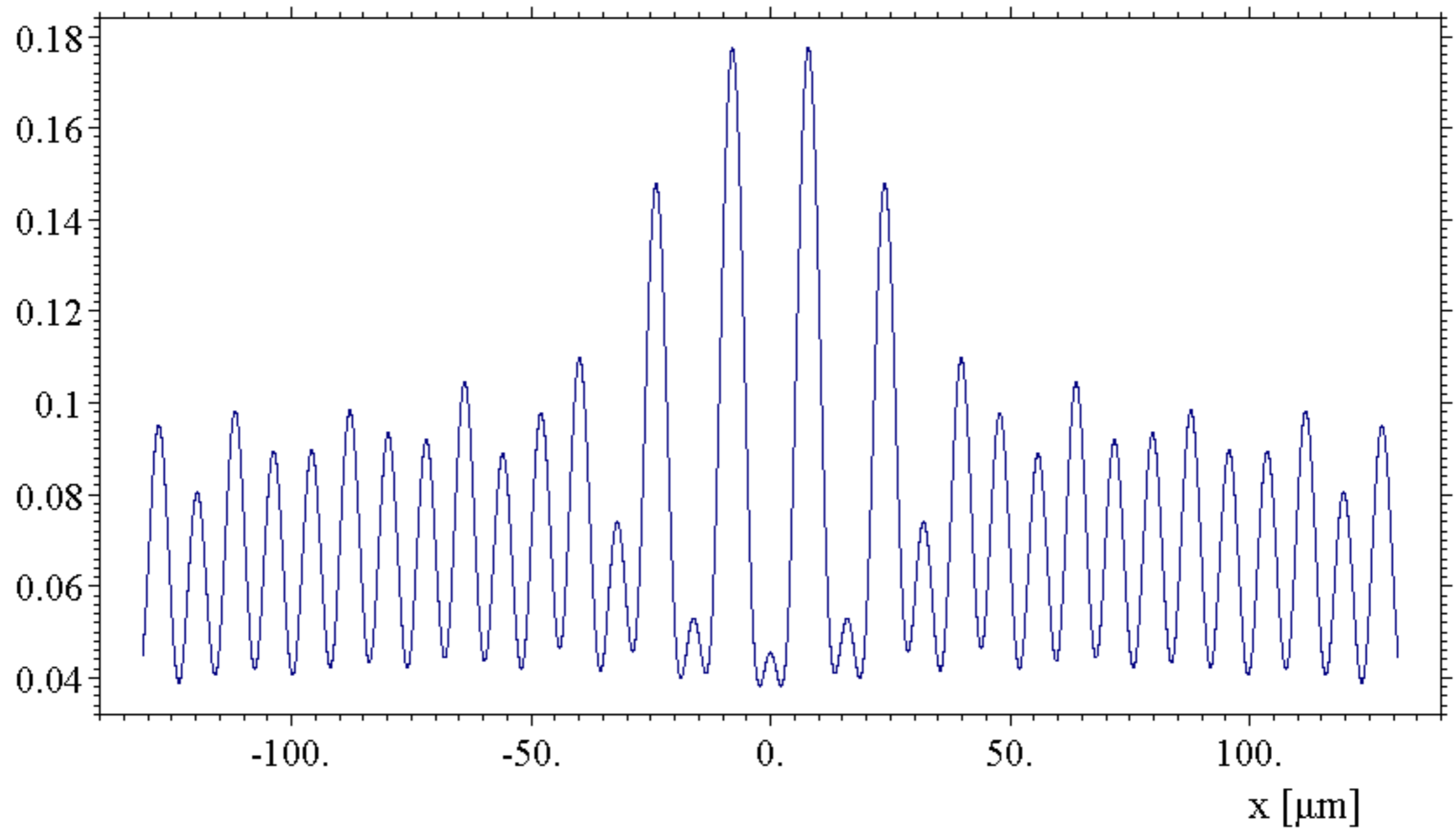
$E = 12$ кЭВ, $N = 6$, $t_0 = 0.6$ мм, $F = 15.4$ см, $\exp(-\mu_0 t_0/2) = 0.27$,
 $z_d = 490$ см. Полоса между линзами пропускает излучение, что
приводит к интересной особенности в интерференционных пиках.

12-6-490



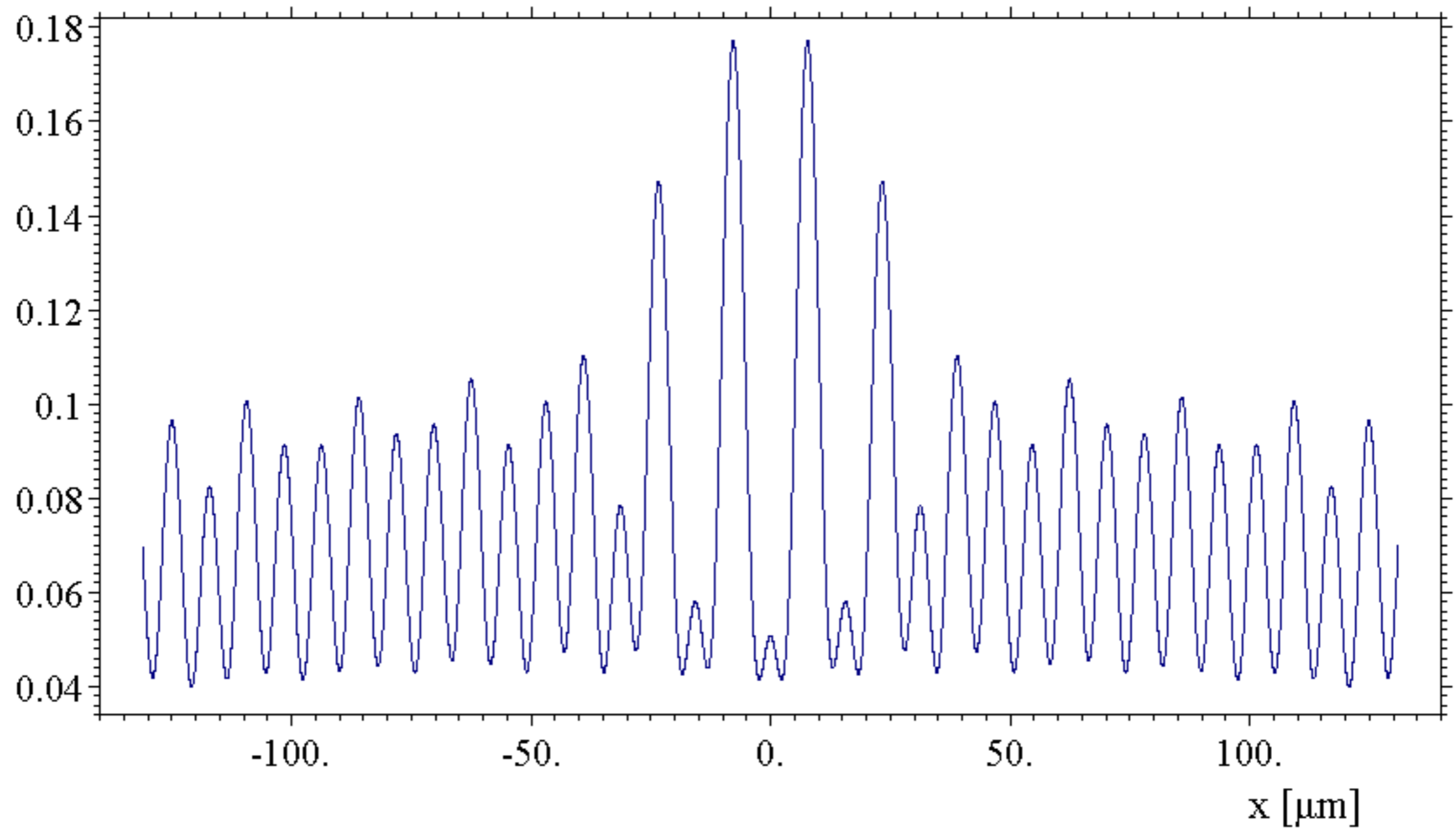
Результаты

12-6-480



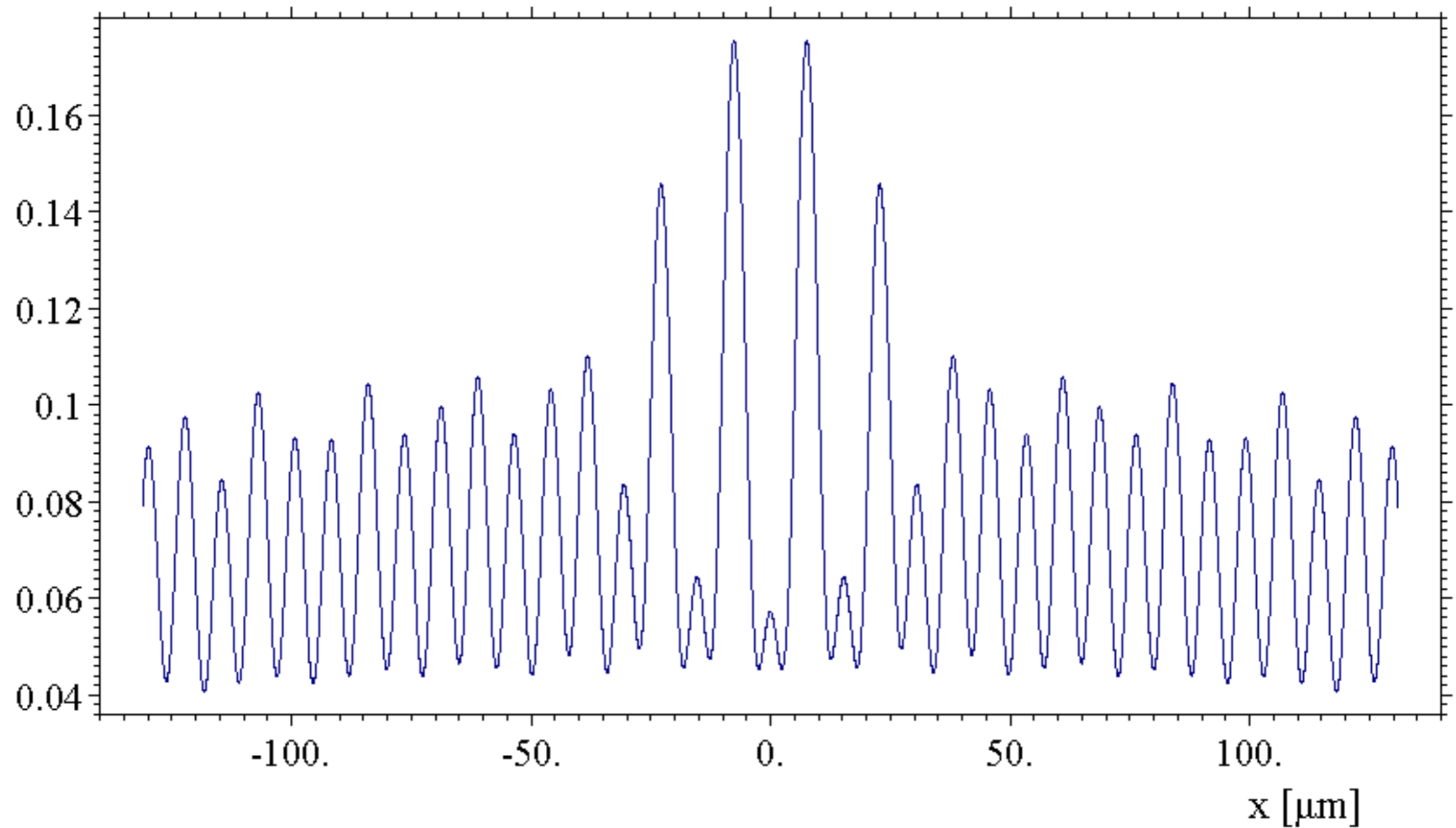
Результаты

12-6-470



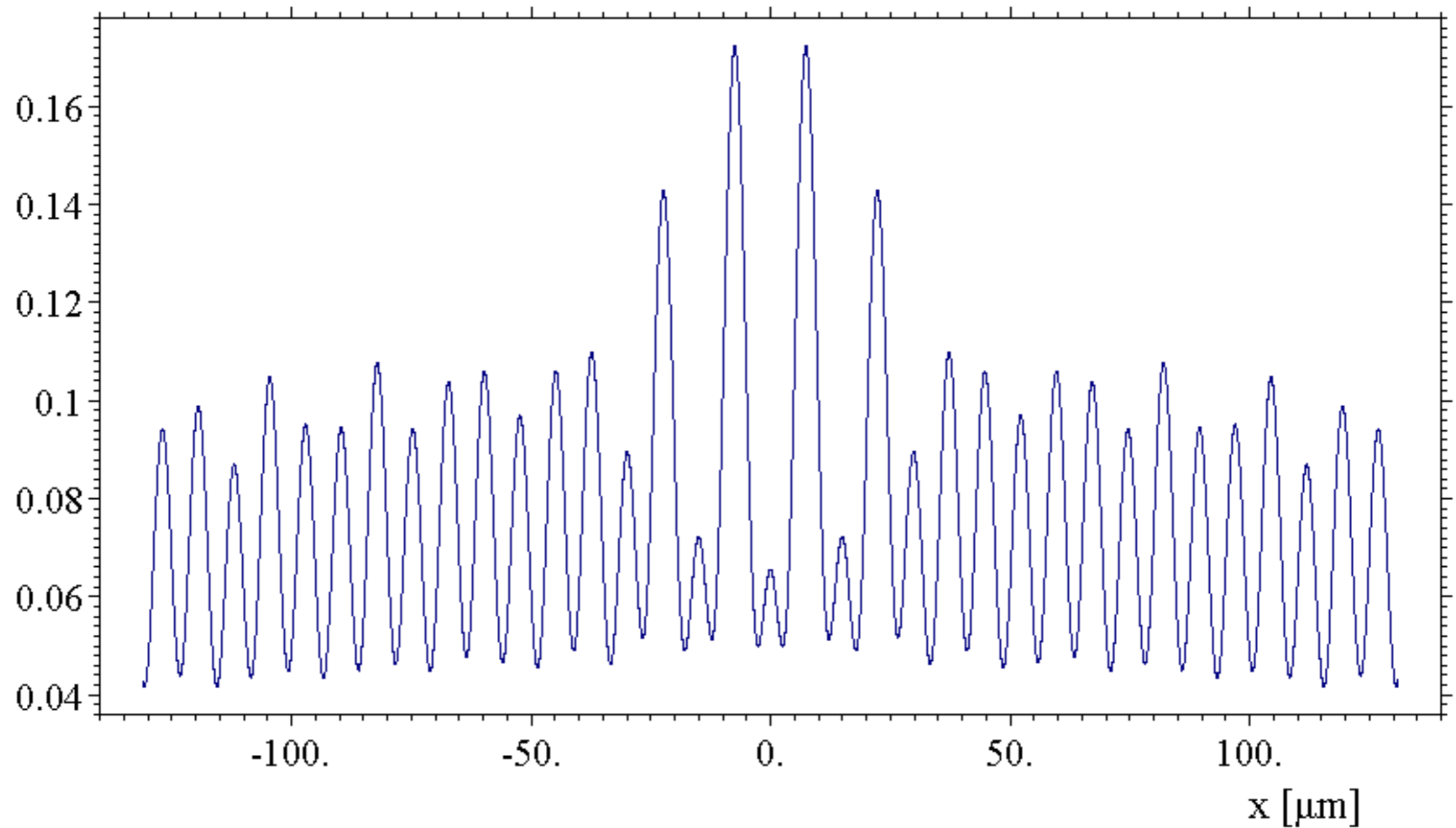
Результаты

12-6-460



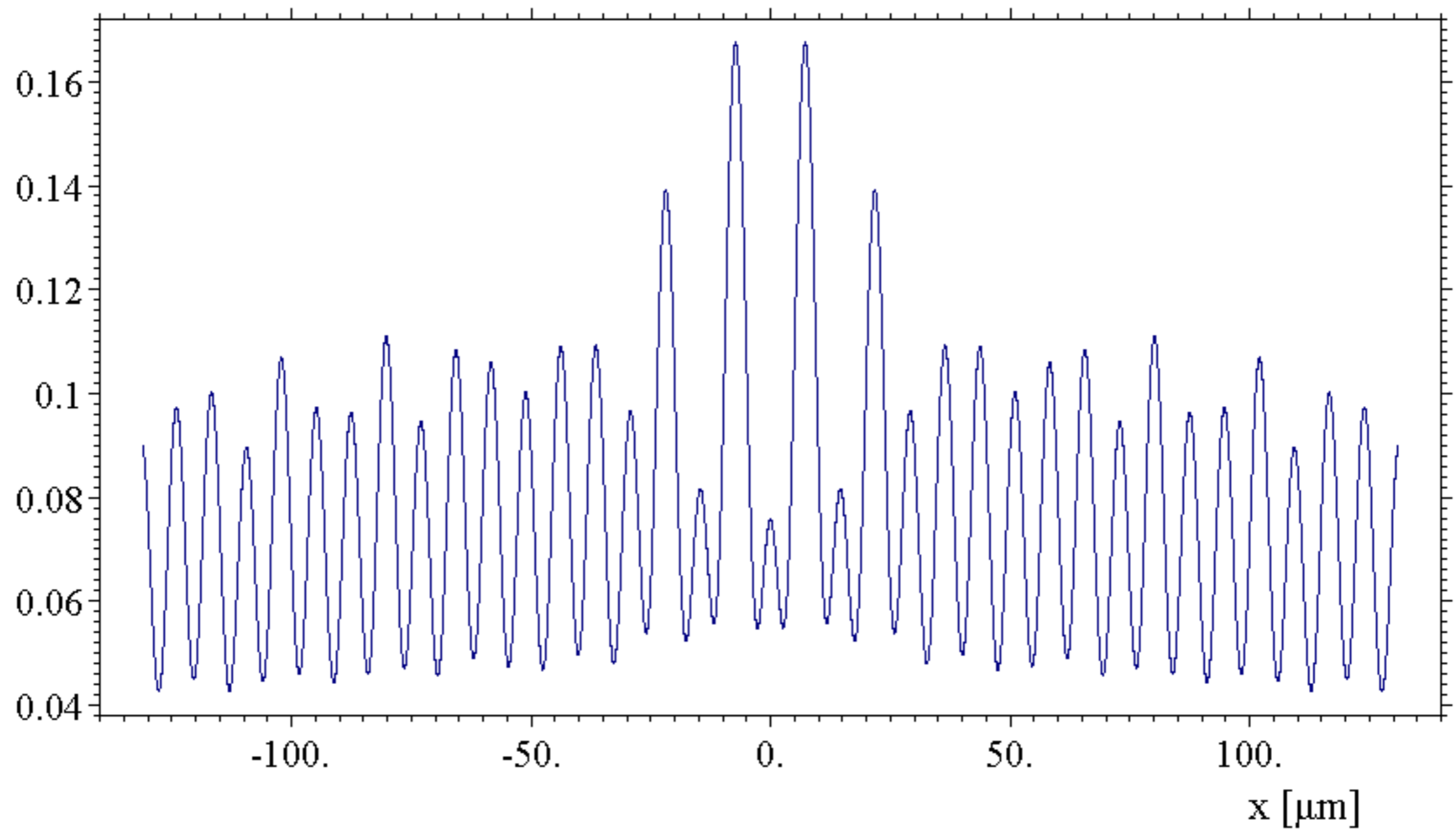
Результаты

12-6-450



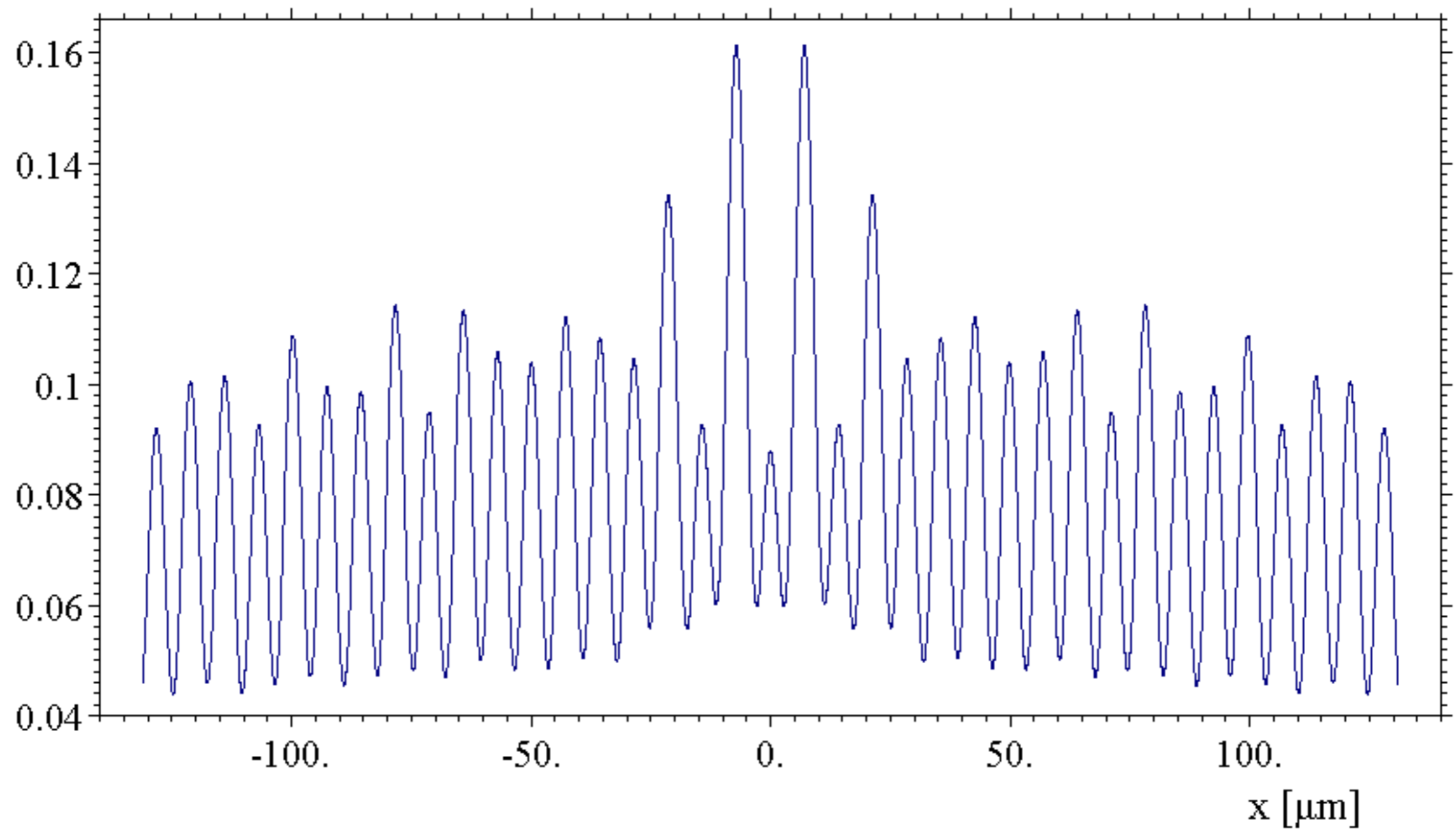
Результаты

12-6-440



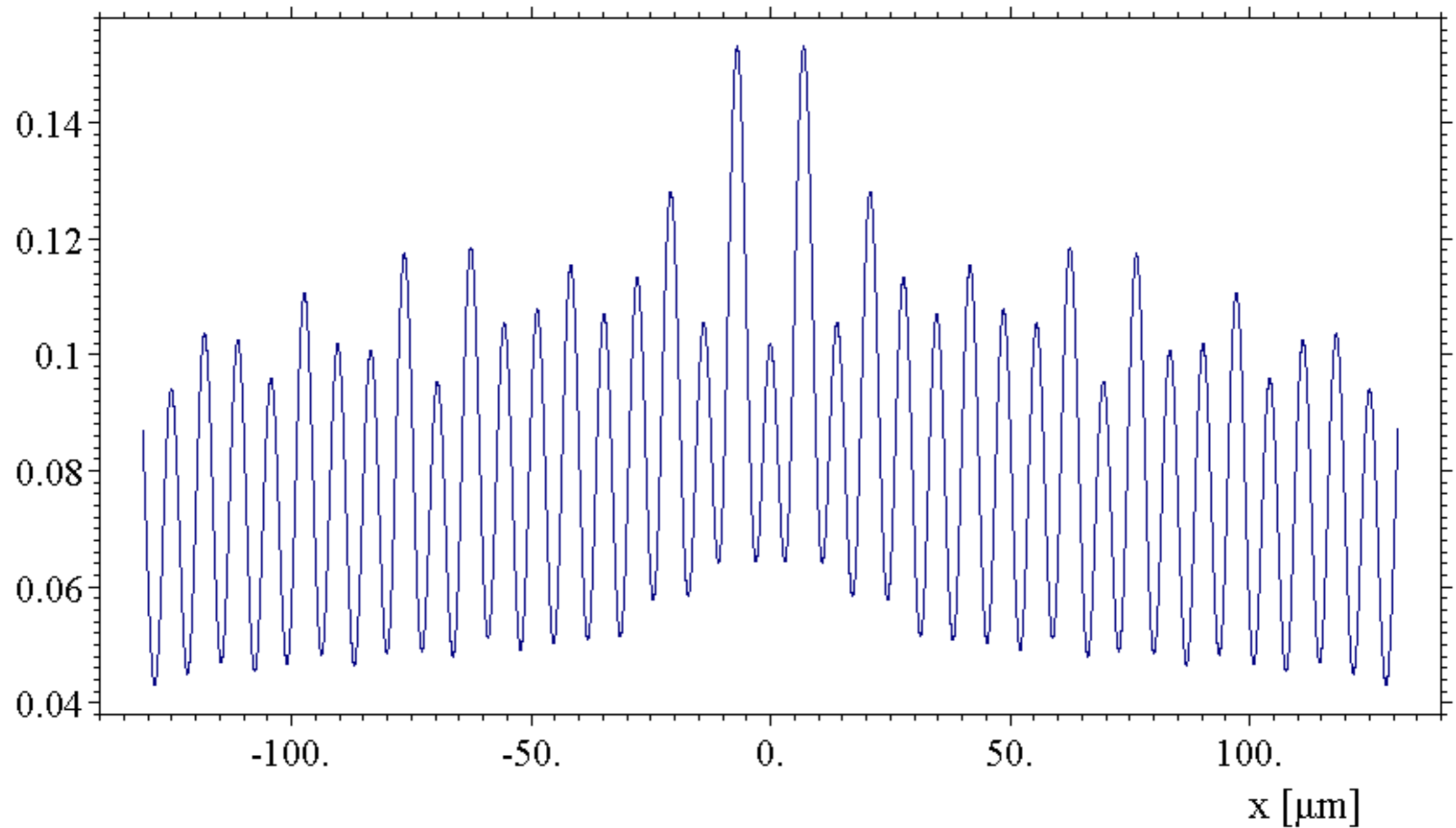
Результаты

12-6-430



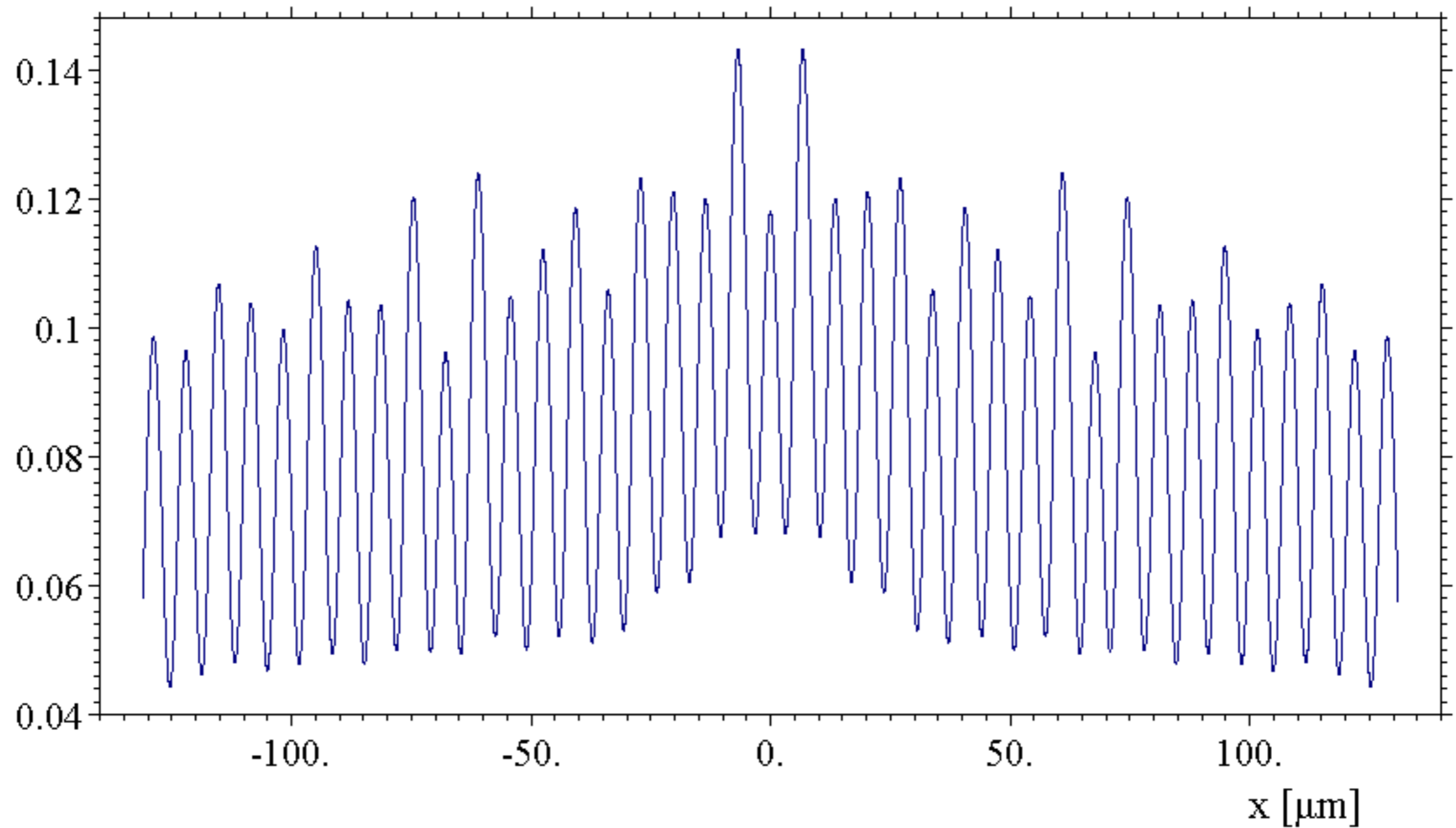
Результаты

12-6-420



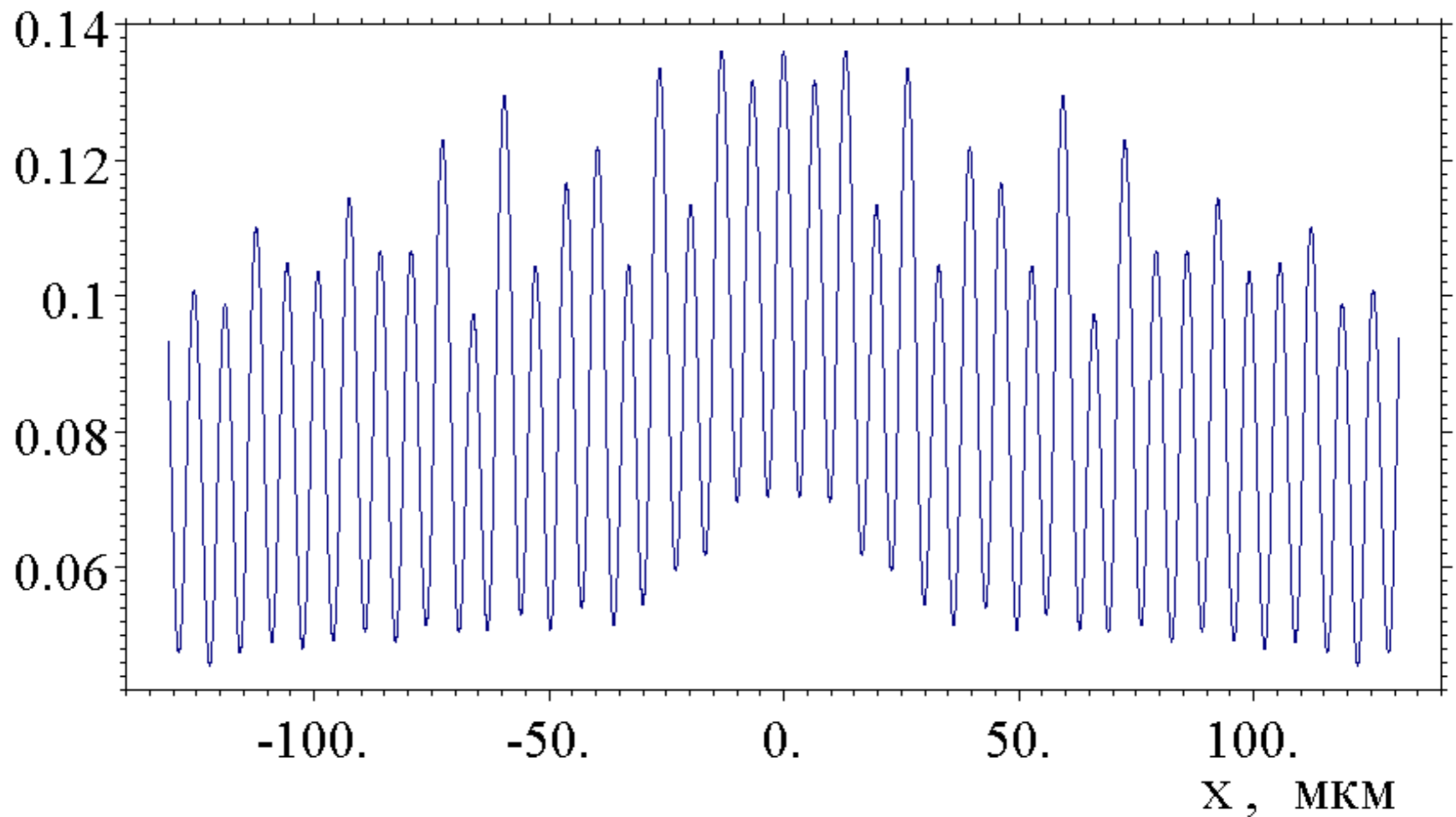
Результаты

12-6-410



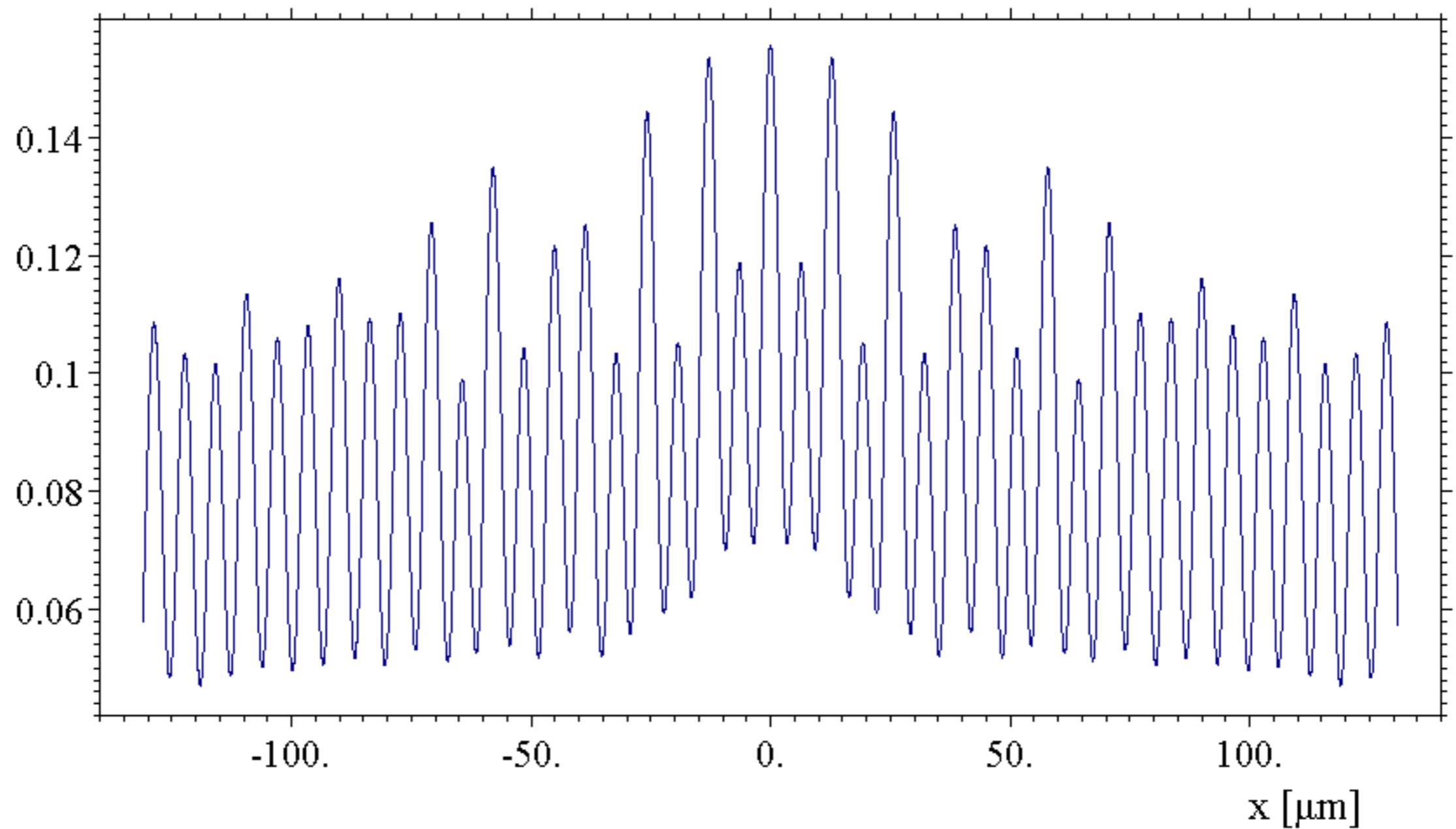
Результаты

12-6-400



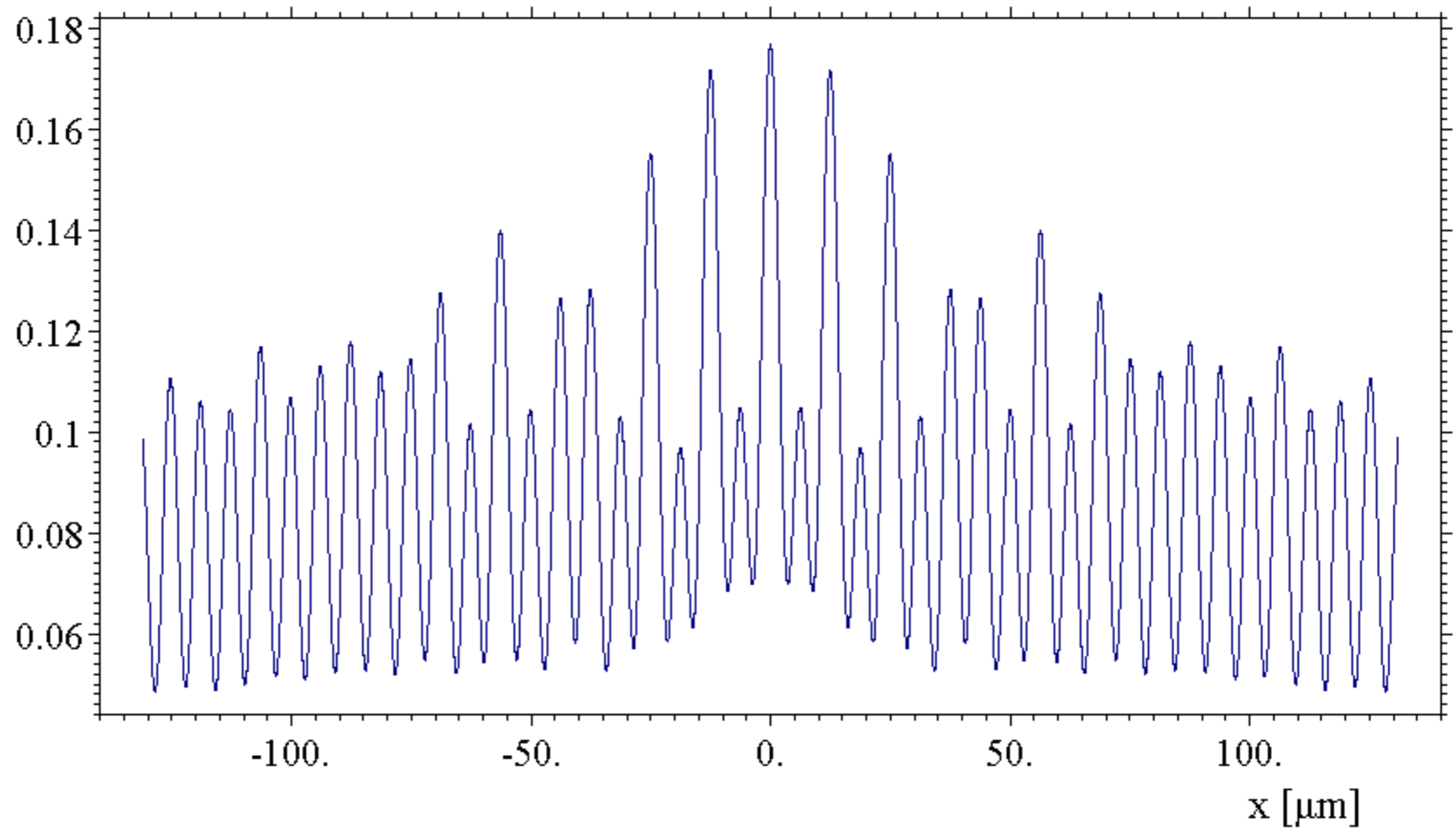
Результаты

12-6-390



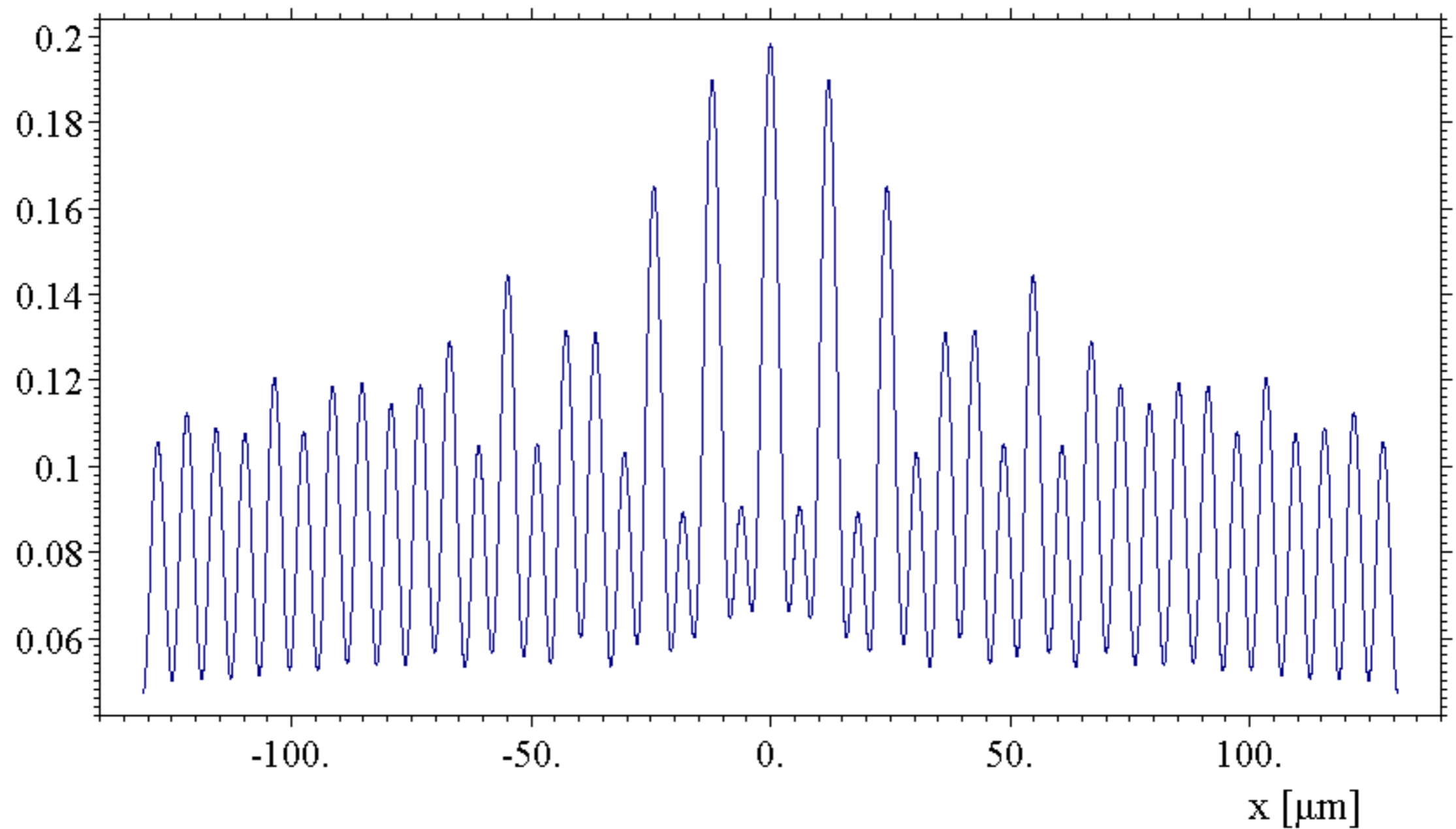
Результаты

12-6-380



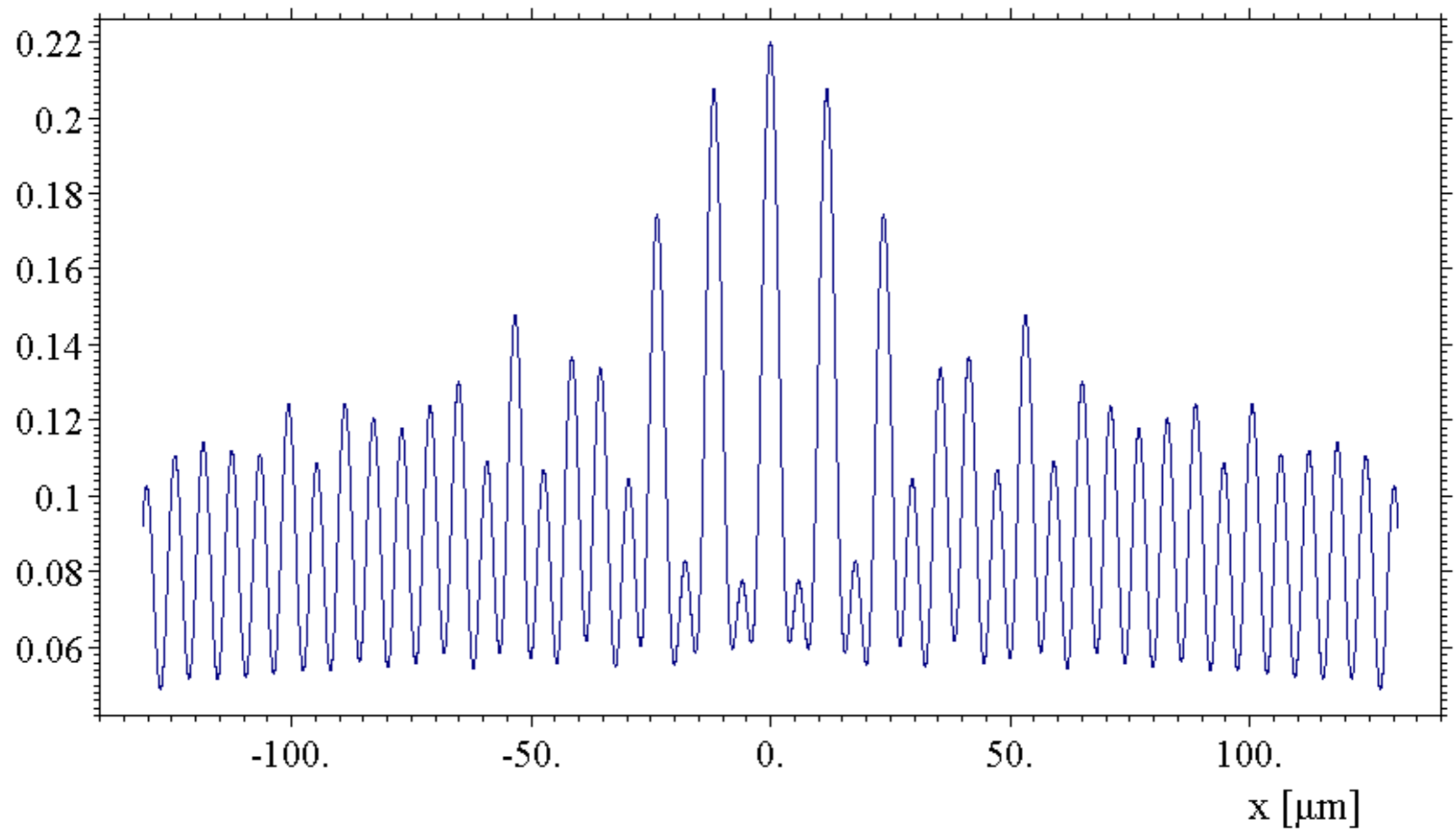
Результаты

12-6-370



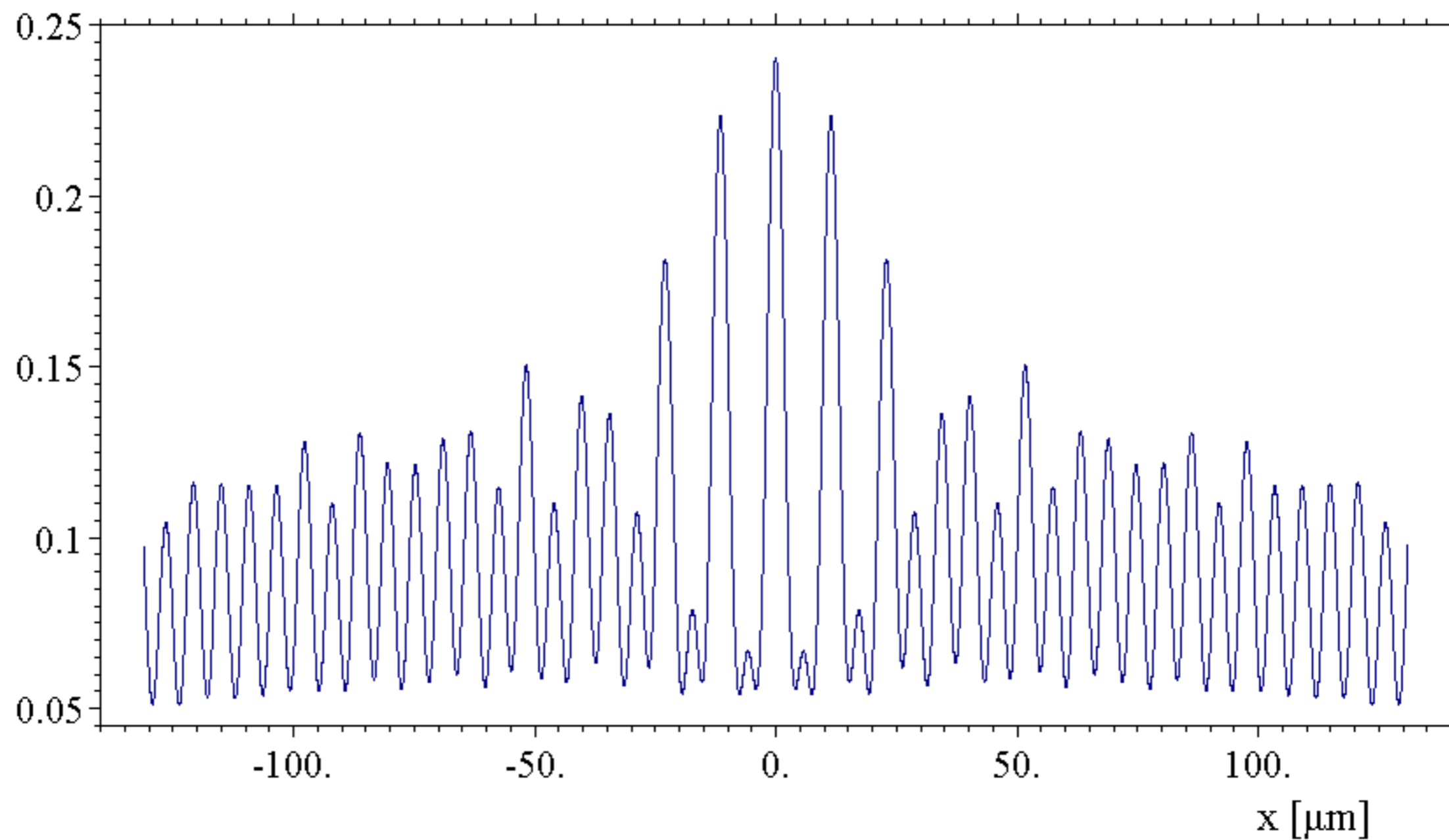
Результаты

12-6-360



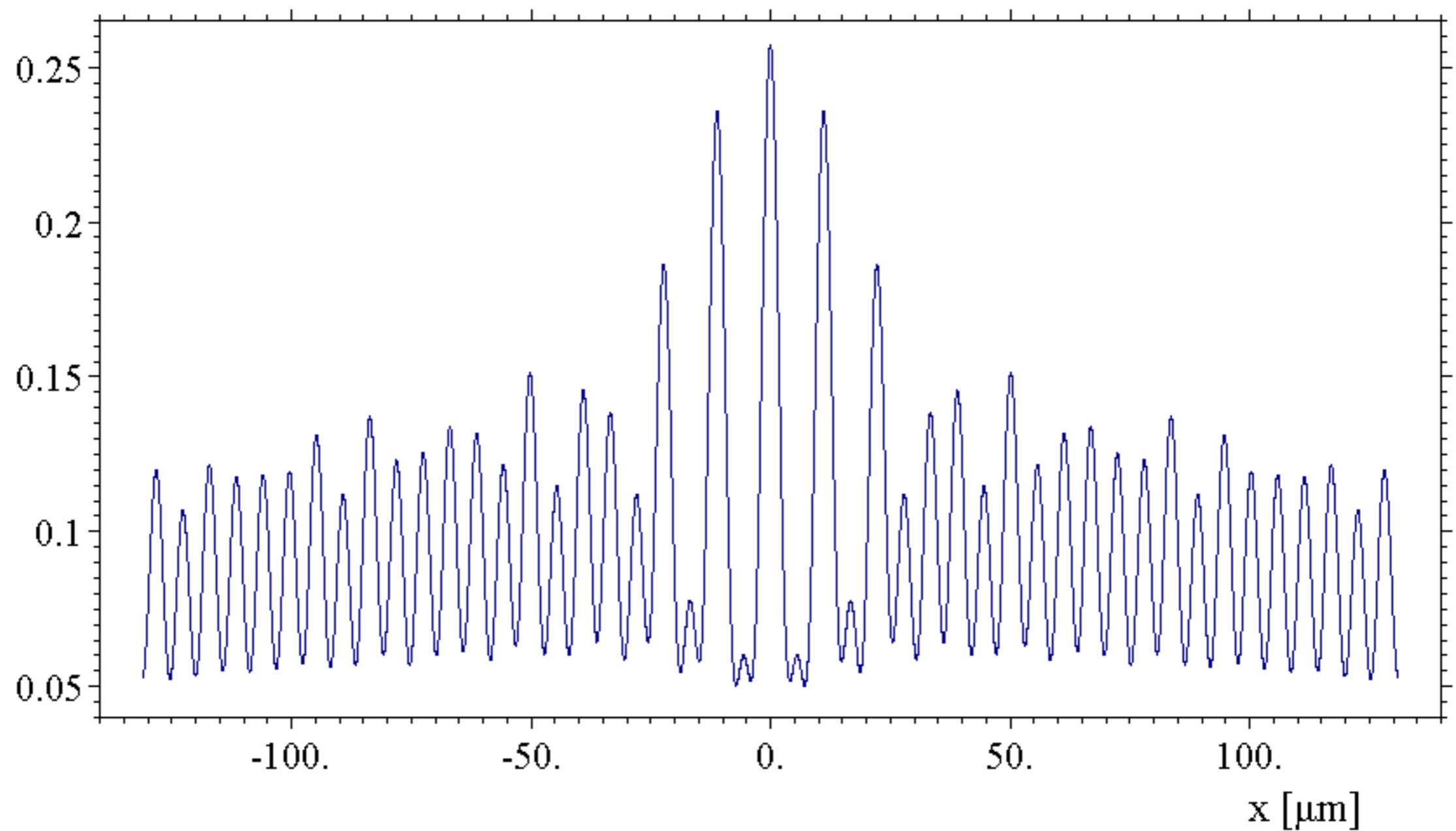
Результаты

12-6-350



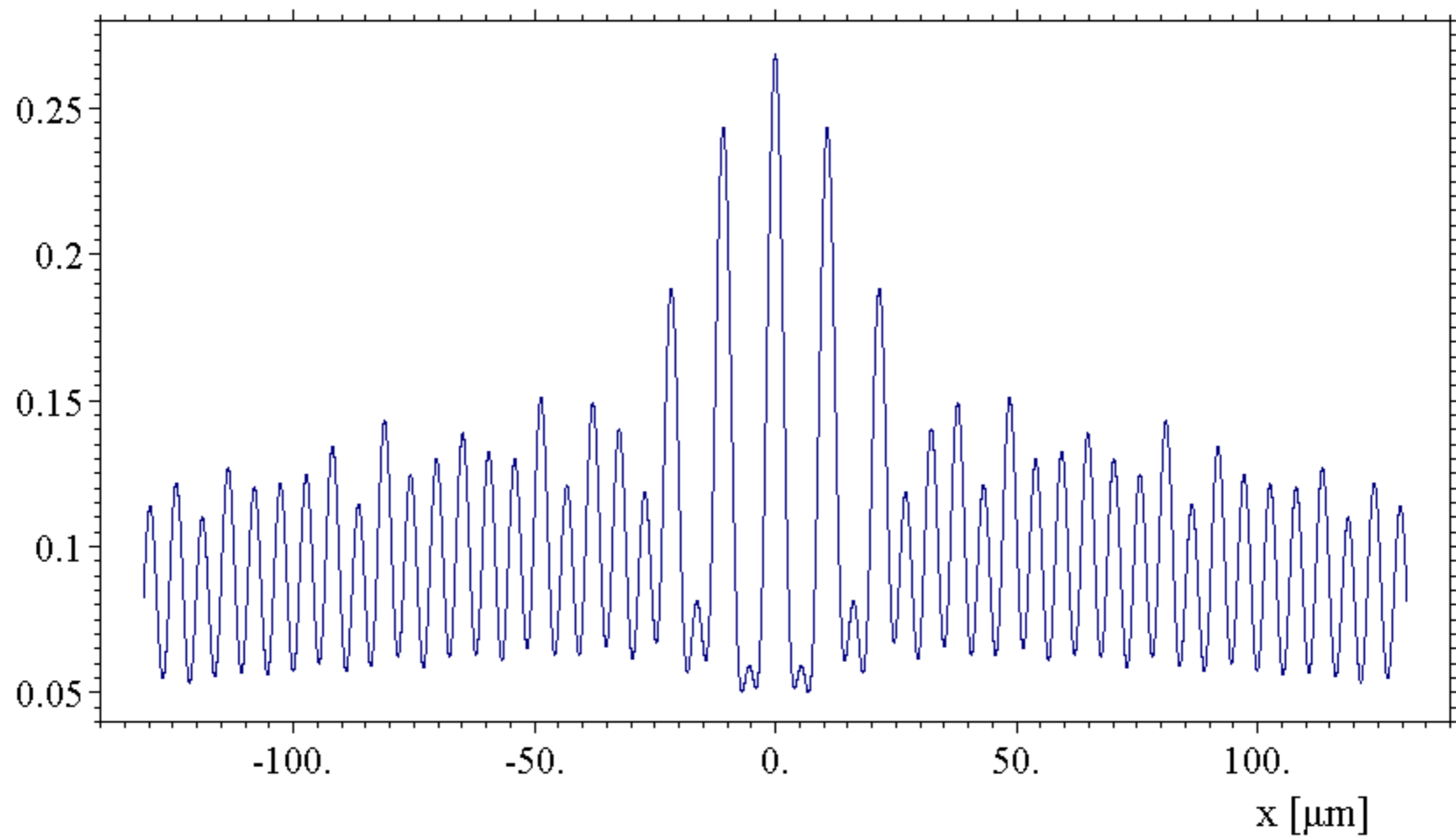
Результаты

12-6-340



Результаты

12-6-330



Обсуждение

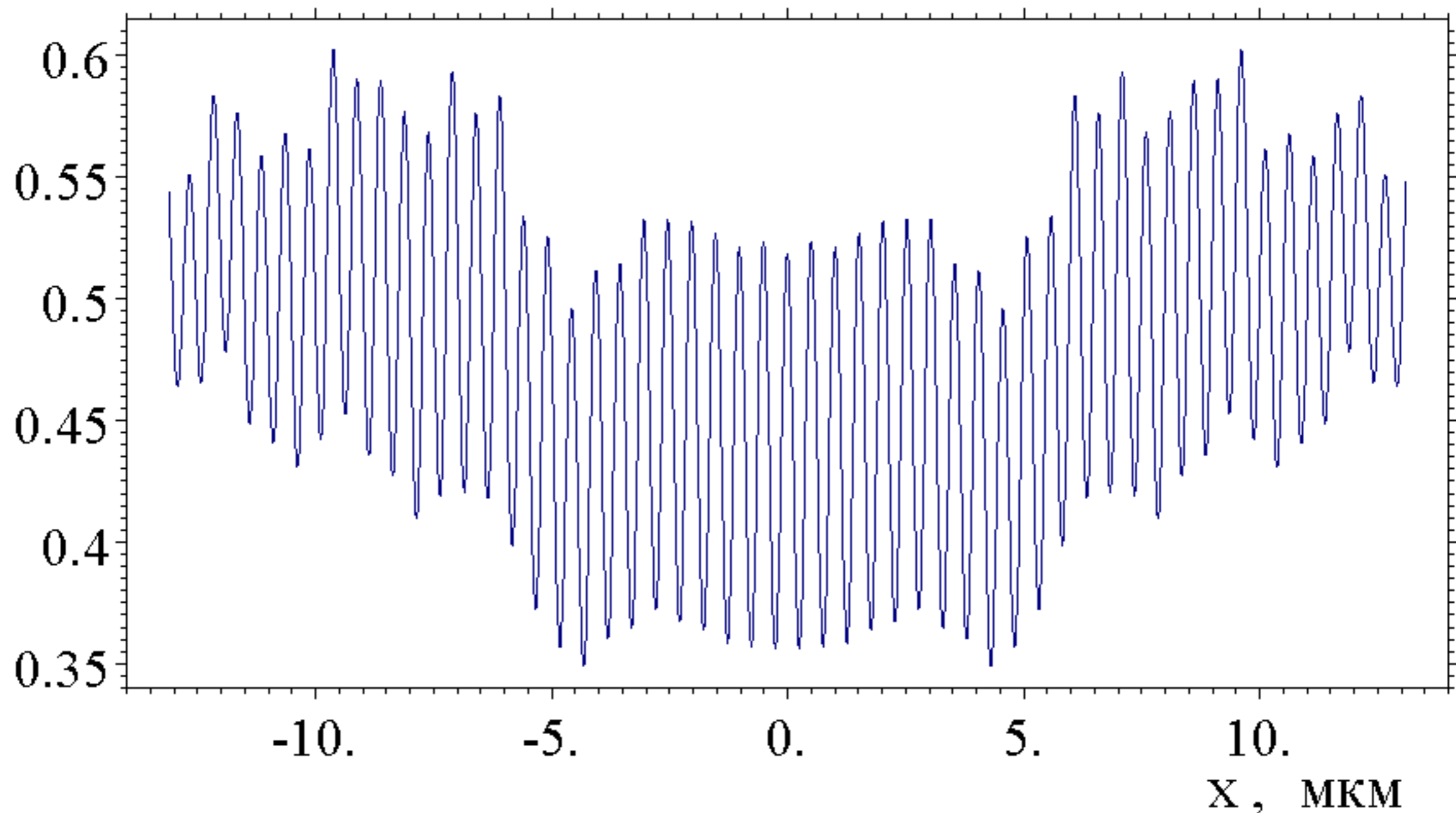
Итак, при $z_d = 490$ см в центре возникают 4 полосы с удвоенным периодом, такая картина довольно долго держится при уменьшении расстояния, но при $z_d = 400$ см она на короткий интервал расстояний пропадает и период восстанавливается. При последующем уменьшении расстояния формируется 5 полос с удвоенным периодом, средняя полоса в центре, расстояние $z_d = 330$ см. Затем при $z_d = 285$ см аномалия снова исчезает, а при $z_d = 250$ см снова возникают 4 полосы. Процесс повторяется при уменьшении z_d снова и снова на фоне уменьшающегося периода и все быстрее.

Детальный аналитический анализ описанных аномалий не проводился, иногда проще сделать численный эксперимент, чем разбираться. Замечу лишь, что указанные аномалии реально наблюдались в экспериментах на СИ в Гренобле (ESRF), но результаты не опубликованы. Это является свидетельством, что программа адекватно моделирует эксперимент.

Результаты

Причиной аномалий является полоса между линзами, пропускающая излучение. Расчет показывает, что если полосу устранить, то все хорошо. При $z_d = 40$ см, данная линза дает период $\Lambda = 500$ нм.

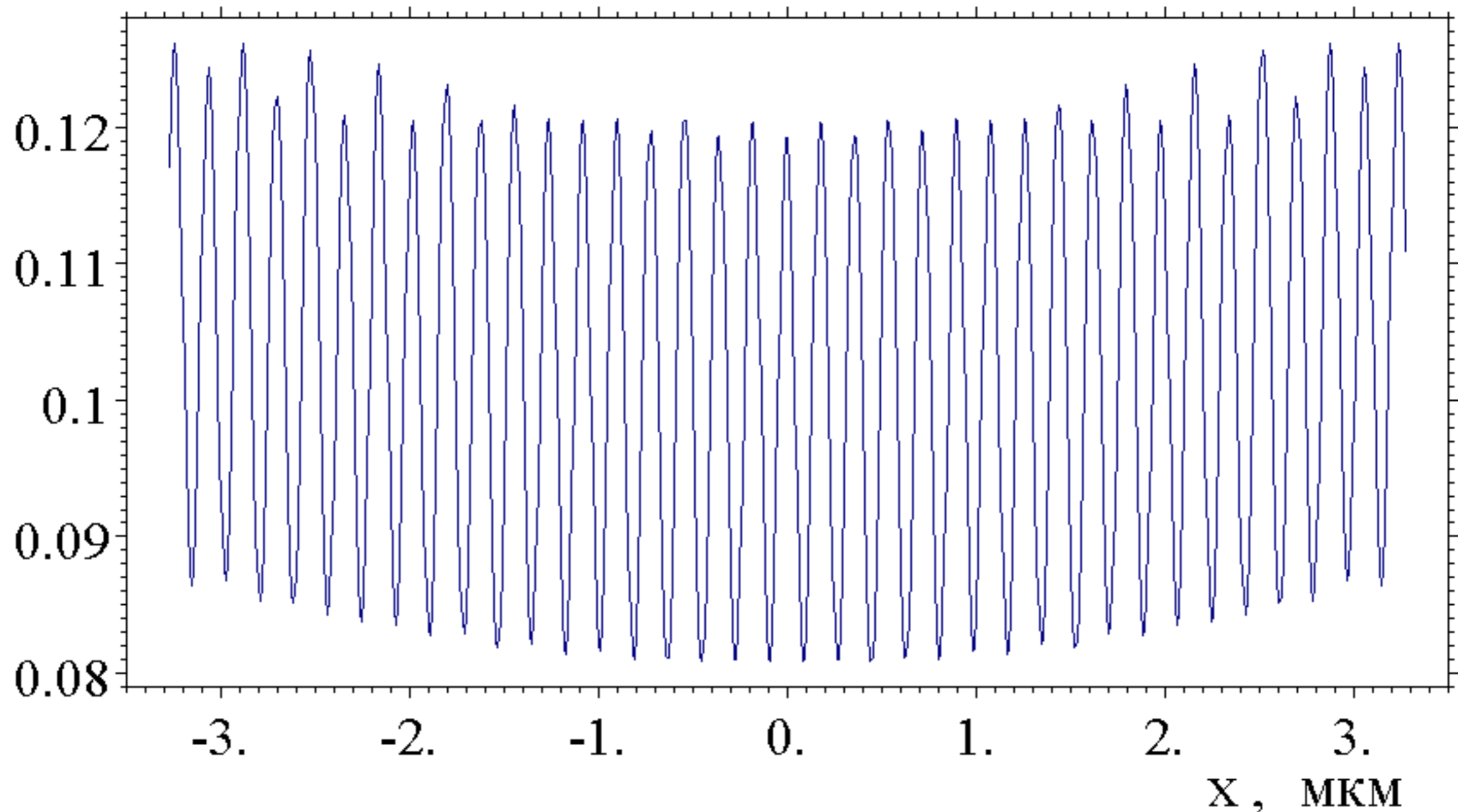
12-6-0-40



Результаты

$E = 12$ кЭВ, $N = 26$, $t_0 = 2.6$ мм, $F = 3.55$ см, $\exp(-\mu_0 t_0/2) = 0.003$,
 $z_d = 14$ см. Полоса между линзами не пропускает излучение,
минимальный период полос $\Lambda = 180$ нм.

12-26-14



БЛАГОДАРЮ

ЗА

ВНИМАНИЕ