

Виктор Г. Кон

Российский научный центр "Курчатовский Институт", Москва

E-mail: kohnvict@yandex.ru

URL: <http://kohnvict.narod.ru> ; <http://vkacl.narod.ru>

**Полуаналитическая теория
фокусировки синхротронного
излучения произвольной
системой параболических
преломляющих линз и
проблема нанофокусировки**

Задача: сфокусировать рентгеновский пучок в нанометры, используя эффект преломления

История: до 1996 года - невозможно в принципе
до 2005 года - возможно, но не получается
после 2005 года - получается 100 нм, но
очень маленькая апертура

Плюсы и минусы: $\lambda < 0.1 \text{ нм}$, но $\delta < 0.000001$

Bergemann C., et al. Phys. Rev. Lett., 2003, 91, 204801

Установлен нижний универсальный предел на размер пучка, не зависящий от длины волны излучения

$$w > \frac{\lambda}{(8\delta)^{1/2}}$$

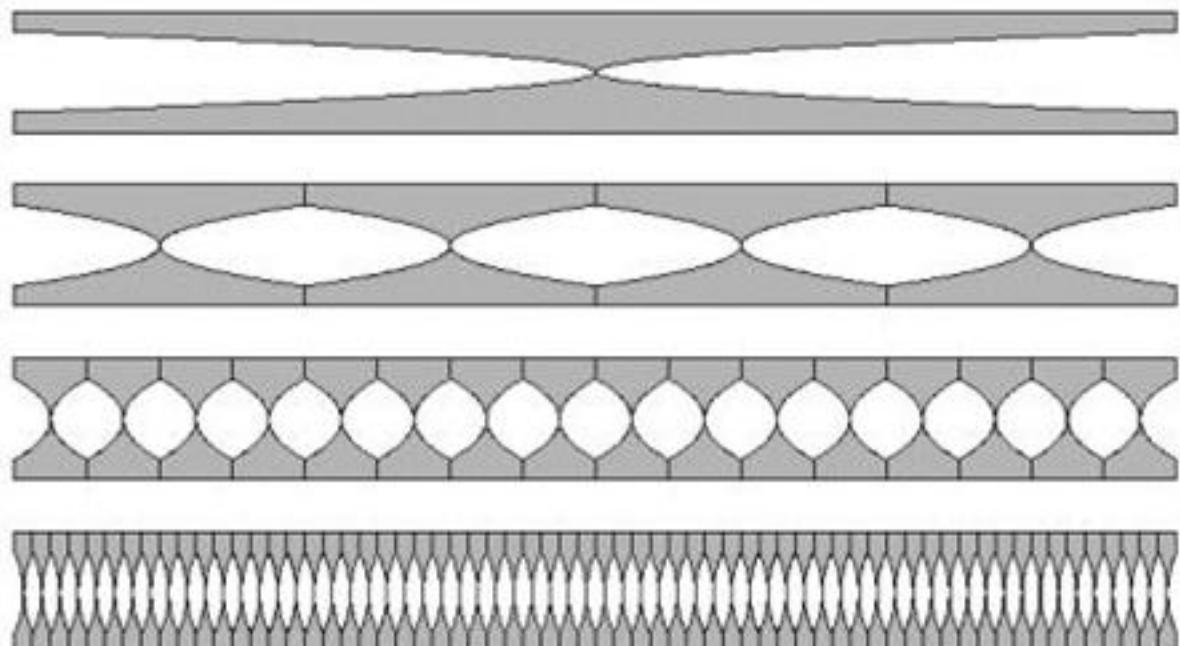
CRL: Schroer C.G., Lengeler B., Phys. Rev. Lett., 2005, 94, 054802

FZP: Pfeiffer F., et al. Phys. Rev. B., 2006, 73, 245331

FZP: Schroer C.G., Phys. Rev. B., 2006, 74, 033405

Численными расчетами показано, что предел 20 нм можно преодолеть и довести до 2 нм, но в нереальных системах

Аналитич. теория ПНП линзы: Кон В.Г., ЖЭТФ, 2003, 124, 224



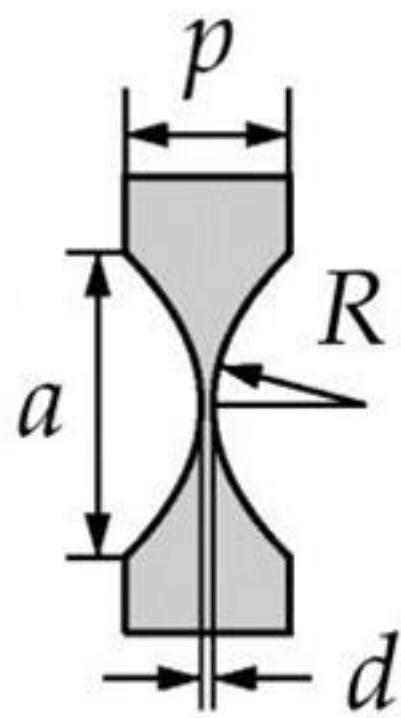
$$\frac{dA}{dz} = -ik\eta s(x, z)A + \frac{i}{2k} \frac{d^2A}{dx^2}$$

$$s(x, z) \rightarrow \bar{s}(x) = \frac{d}{p} + \frac{x^2}{pR}$$

$$\Psi(x, x_0) = T(x, a)P(x - x_0, b)T(x_0, c) \quad (+)$$

$$P(x, z) = \frac{1}{(i\lambda z)^{1/2}} \exp\left(i\pi \frac{x^2}{\lambda z}\right)$$

$$T(x, f) = \exp\left(-i\pi \frac{x^2}{\lambda f}\right)$$



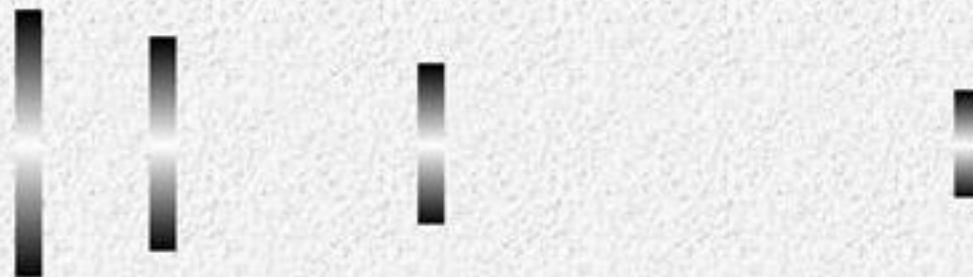
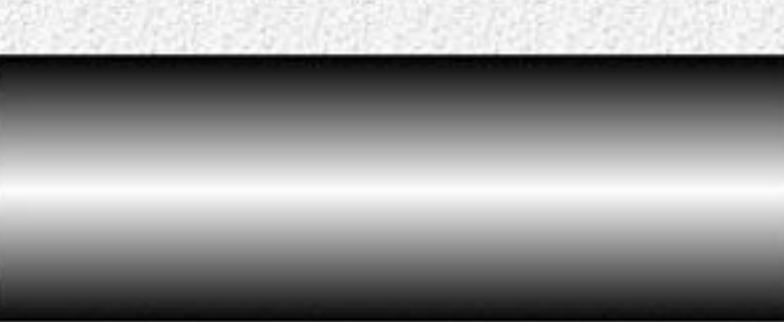
$$a = b/g_0, \quad c = b/g_1, \quad s_L = \sin(L/z_c), \\ g_{0,1} = 1 - c_L + \frac{r_{0,1}}{z_c} s_L, \quad c_L = \cos(L/z_c), \\ L = pN, \\ b = (r_0 + r_1)c_L + \left(z_c - \frac{r_0 r_1}{z_c} \right) s_L, \quad z_c = \left(\frac{pR}{2(\delta - i\beta)} \right)^{1/2}$$

r_0, r_1 - расстояния до и после линзы

В данной модели составная линза работает как единый элемент, характеризуемый физической длиной L и критической длиной Z_c , определяемой преломляющими свойствами линзы как среды. Если $L \ll Z_c$ - линза тонкая.

Вычислена поправка в фокусному расстоянию

$$f_0 = \frac{R}{2N\delta} + \frac{L}{6}, \quad Z_{f^0} = \frac{f_0}{1 - f_0/(r_0 + L/2)}$$



непрерывно
преломляющая линза

распределенная линза
из разных тонких элементов

Теорема: функция (+) сохраняет свою форму при
интегральном преобразовании следующего вида:

$$\Psi_1(x, x_0) = \int dx_1 P(x - x_1, z) T(x_1, f_c) \Psi_0(x_1, x_0)$$

Для коэффициентов a, b, c получены рекуррентные формулы:

$$a = d \frac{b}{b_0}, \quad b = b_0 + z \left(1 - \frac{b_0}{d}\right), \quad f_c = \frac{R}{2(\delta - i\beta)}$$

$$c = \frac{c_0}{1 + zc_0/bd}, \quad d = \frac{a_0}{1 + a_0/f_c}.$$

Схема расчета: берем начальные коэффициенты

$$a_0 = \infty, \quad b_0 = z_0, \quad c_0 = \infty$$

Используем рекуррентные формулы для всех n тонких линз и получаем интенсивность в виде гауссовой функции

$$|\Psi_n(x, x_0)|^2 = I_m(z, x_0) \exp\left(-\frac{(x - x_m(z))^2}{2\sigma^2(z)}\right),$$

$$I_m(z, x_0) = \frac{Z}{|b|} \exp\left(-\frac{x_0^2}{2\sigma_0^2}\right).$$

где все параметры определяются коэффициентами a, b, c

$$\sigma(z) = \left(\frac{4\pi}{\lambda}[A - B]\right)^{-1/2}, \quad M = \frac{B}{A - B}, \quad \sigma_0 = \left(\frac{4\pi}{\lambda}[C - AM]\right)^{-1/2}$$

$$x_m(z) = -M x_0, \quad A = \text{Im}(a^{-1}), \quad B = \text{Im}(b^{-1}), \quad C = \text{Im}(c^{-1})$$

Основные параметры пучка в зависимости от z :

полуширина $w(z) = 2.3548\sigma(z), \quad Co = (8 \ln 2)^{1/2}$

интегральная интенсивность $S(x_0) = 1.0645w(z)I_m(z, x_0)$

эффективная апертура $A_\gamma = S(0), \quad b = B_0 + zB_1$

фокусное расстояние $z_f = -\operatorname{Re}(B_0 B_1^*) / |B_1|^2$

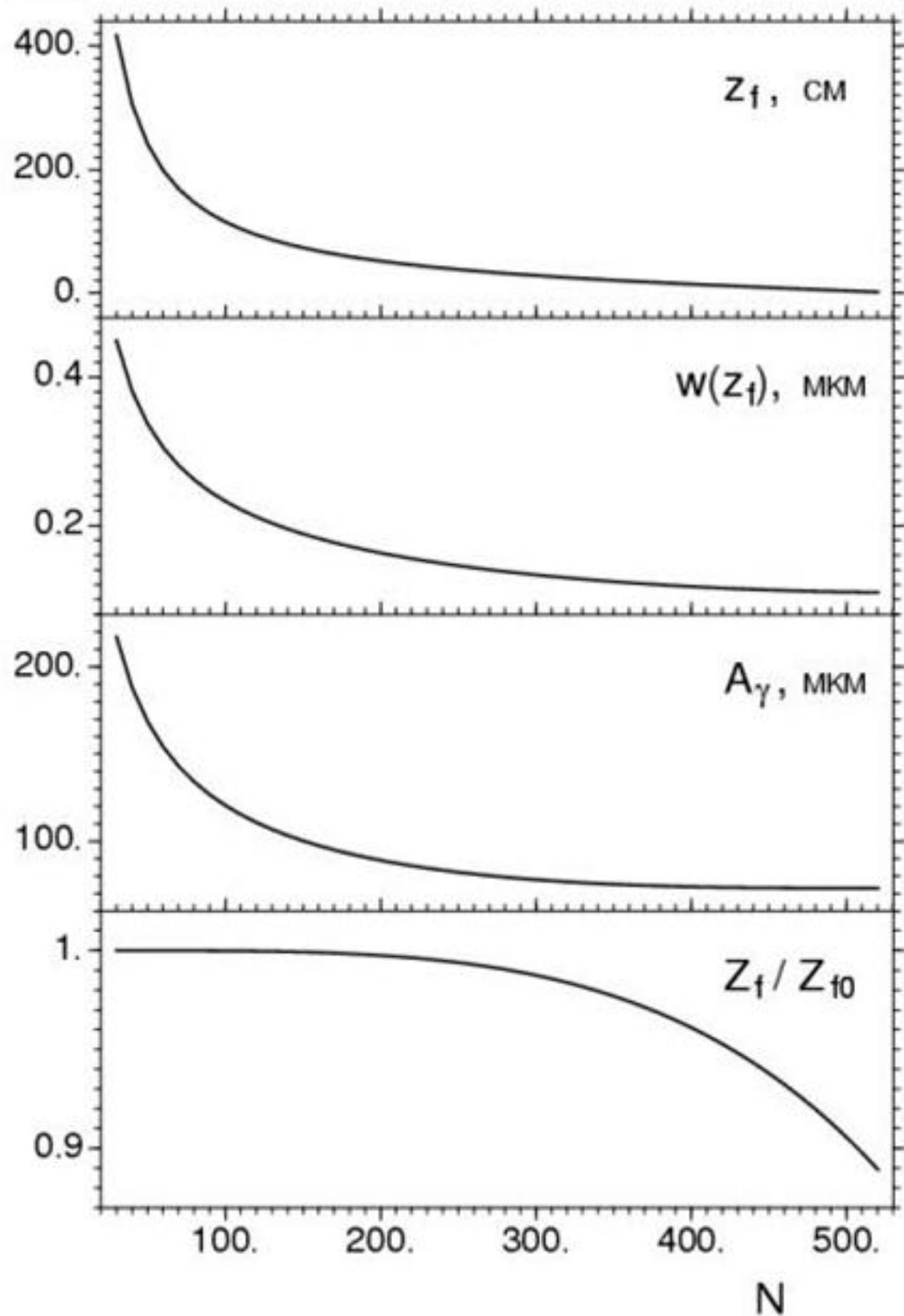
коэффициент увеличения $M = (z + Z_1) / (z_0 + Z_0)$

эффективная полуширина источника $w_0 = 2.3548 \sigma_0$

Для линзы, составленной из одинаковых элементов,

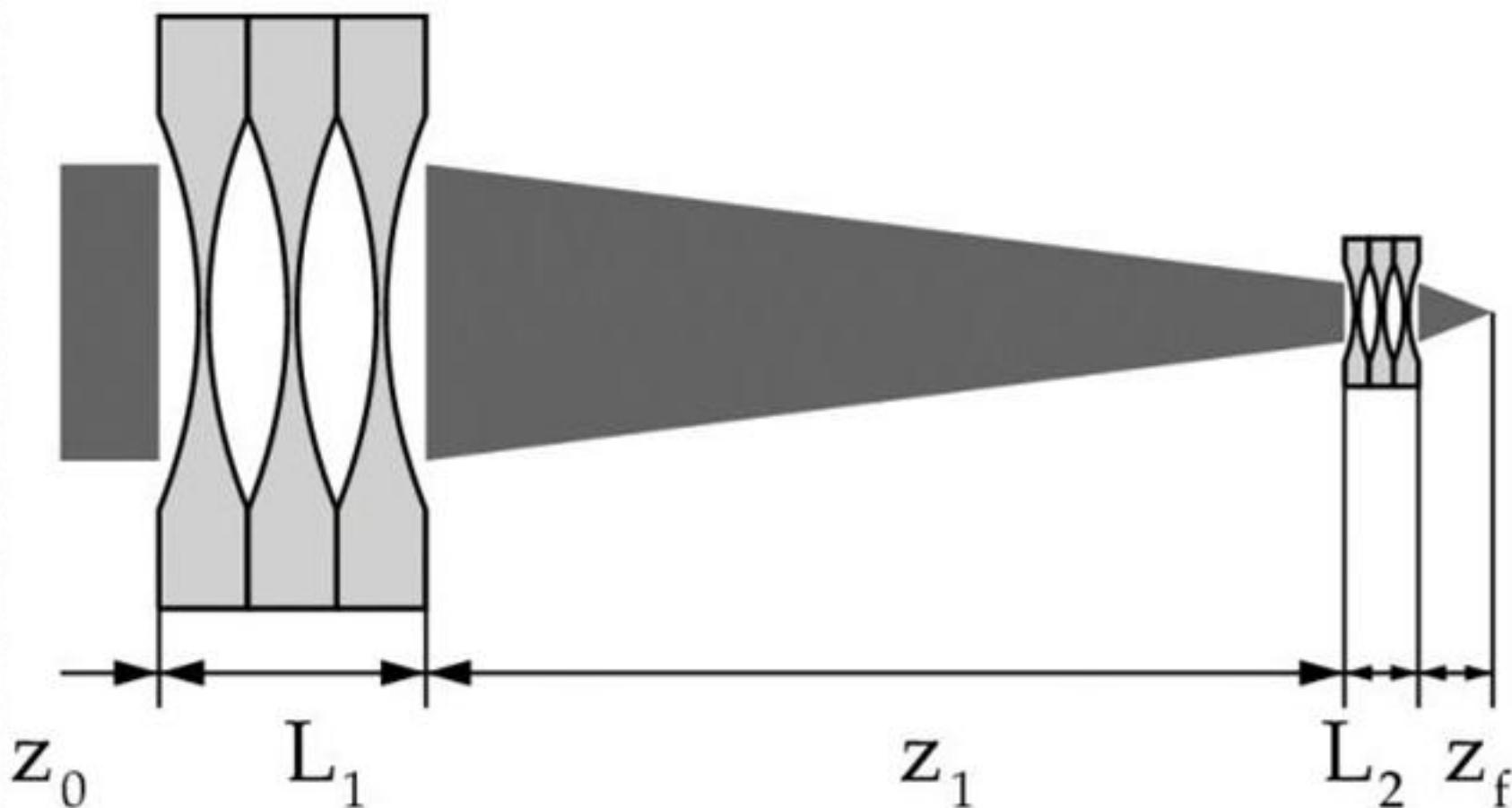
$$z_0 = r_0 + p/2, \quad z = r_1 + p/2, \quad Z_f = z_f + L/2$$

Сравнение с теорией ПНП линзы



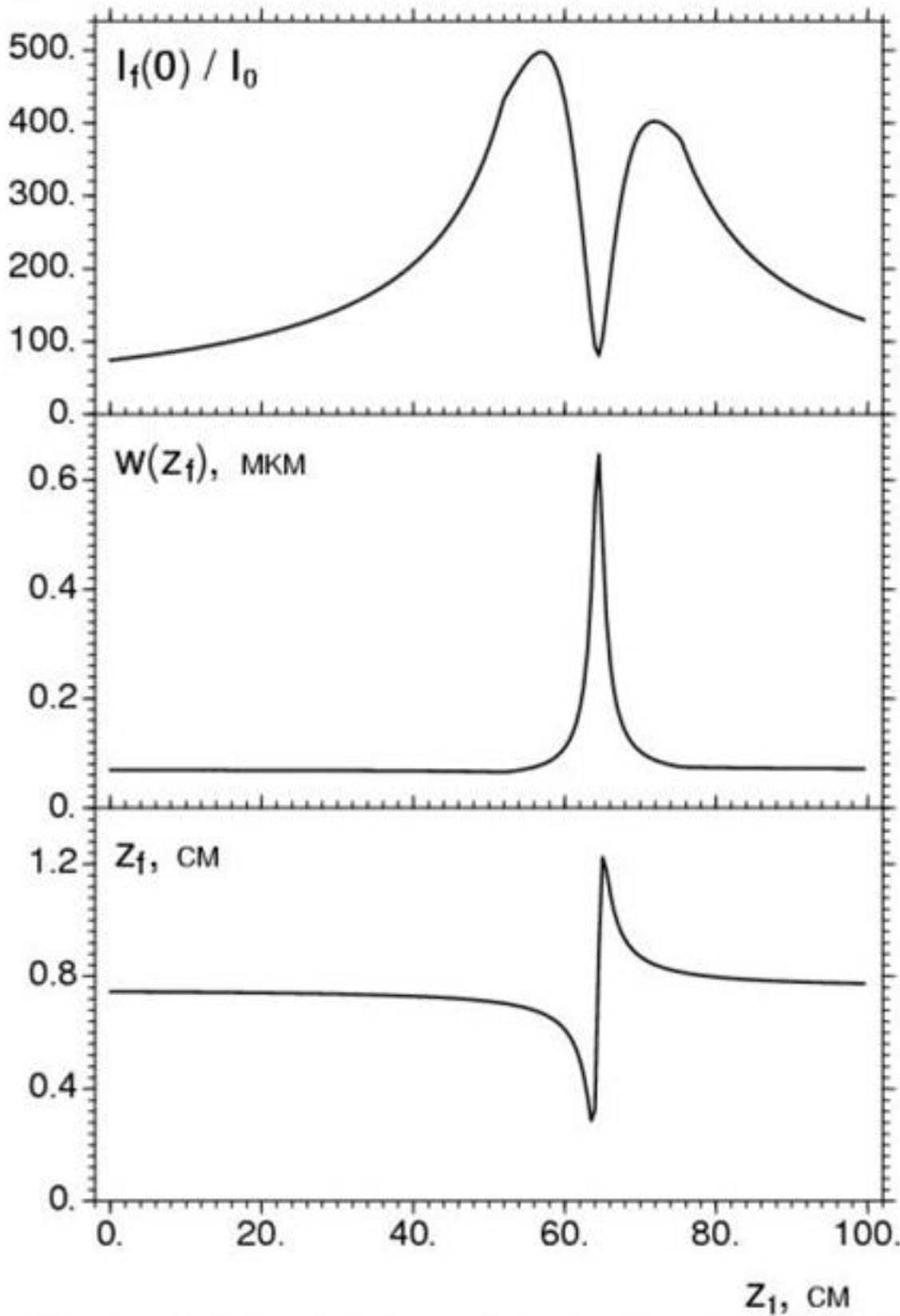
Для расчета выбраны параметры реальных алюминиевых линз группы Ленгелера:
J. Synchr. Rad., 1999, 6, 1153
 $R = 0.2$ мм, $p = 1$ мм,
до источника 50 м,
Энергия $E = 25$ кэв
 N - число элементов
Рекуррентные формулы и формулы ПНП - теории дают совпадение в 6-ти разрядах

Анализ двухлинзовой системы



Что интересно: зависимость от расстояния между линзами,
можно ли увеличить число фотонов в фокусе ?
можно ли уменьшить полуширину пучка ?
важно: учет геометрической апертуры

Результаты расчета



Обе линзы из кремния.

Первая: $N = 25$, $L = 1 \text{ см}$,
 $R = 100 \text{ мкм}$, $d = 2 \text{ мкм}$,
эффективная апертура 55.5 мкм
фокусное расстояние 63.6 см
половирина фокуса 543 нм
пиковая интенсивность 96

Вторая: $N = 100$, $L = 0.1 \text{ см}$,
 $R = 5 \text{ мкм}$, $d = 1 \text{ мкм}$,
эффективная апертура 6.0 мкм
фокусное расстояние 0.72 см
половирина фокуса 65 нм
пиковая интенсивность 87

Энергия фотонов $E = 12.4 \text{ кэв}$

О проблеме нанофокусировки

Тонкая линза с малой апертурой, нет поглощения.

$A = 2(RL)^{1/2}$. Если $L < f = \frac{R}{2\delta}$, то

$$A < R \left(\frac{2}{\delta} \right)^{1/2}, \quad \text{и} \quad w(f) = \frac{\lambda f}{A} > \frac{\lambda}{(8\delta)^{1/2}}.$$

Нижний предел получается при любом радиусе кривизны пока длина линзы достаточно мала и поглощением можно пренебречь

О проблеме нанофокусировки

Толстая линза, апертура определяется поглощением.

$$w(f) = 0.66(\lambda f \gamma)^{1/2}, \quad A_\gamma = 1.06 \frac{w(f)}{\gamma}, \quad \gamma = \frac{\beta}{\delta}$$

Если $L = f$, то $R = 4.5w^2(f) \frac{\delta}{\lambda \gamma}$ и

при условии $A_\gamma < \frac{A}{2}$ имеем $w(f) > 0.33 \frac{\lambda}{\delta^{1/2}}$

Нижний предел получается при фиксированном радиусе кривизны $R = \lambda/(2\gamma)$ и фокусном расстоянии $f = \lambda/(4\beta)$

A wide-angle photograph of a calm blue ocean under a clear blue sky. The water is a deep blue with small white caps from sunlight reflection. The horizon is straight and level.

БЛАГОДАРЬ
ЗА
ВНИМАНИЕ