

Перспективы использования длинных преломляющих линз для синхротронного излучения.

Виктор Г. Кон

Российский научный центр “Курчатовский Институт”

E-mail: kohn@kurm.polyn.kiae.su

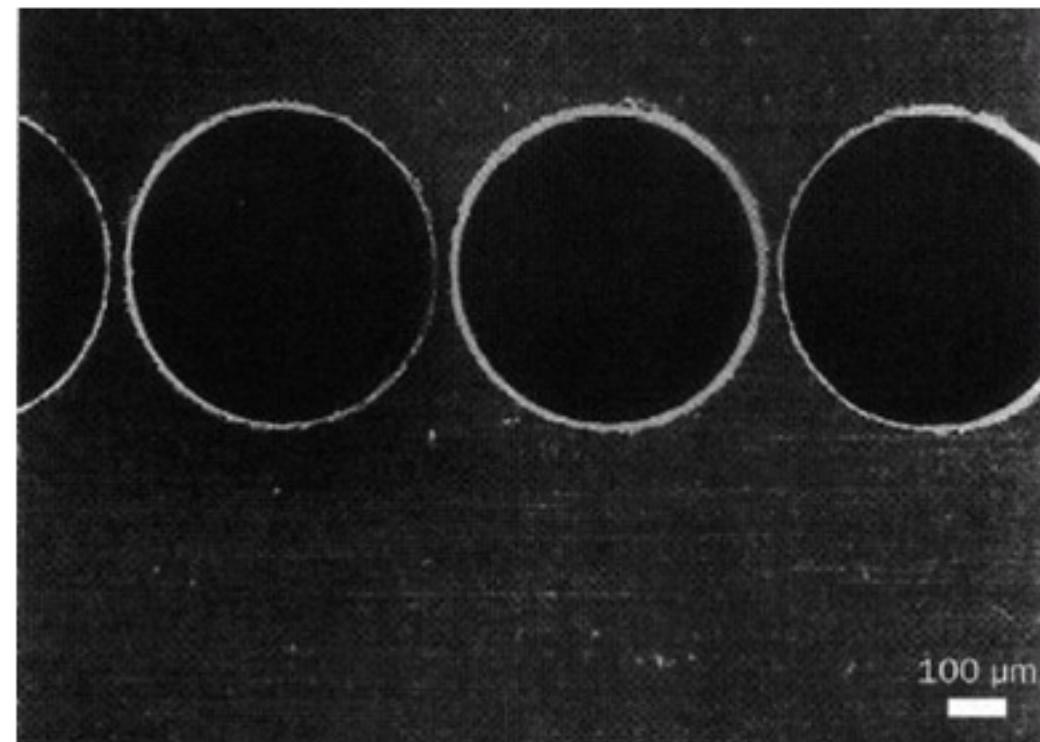
Интернет: “<http://kohnvict.chat.ru>”



1996, Nature, v. 384, p. 49

A. Snigirev, V. Kohn, I. Snigireva,
B. Lengeler

"A compound refractive lens for focusing high-energy X-rays"



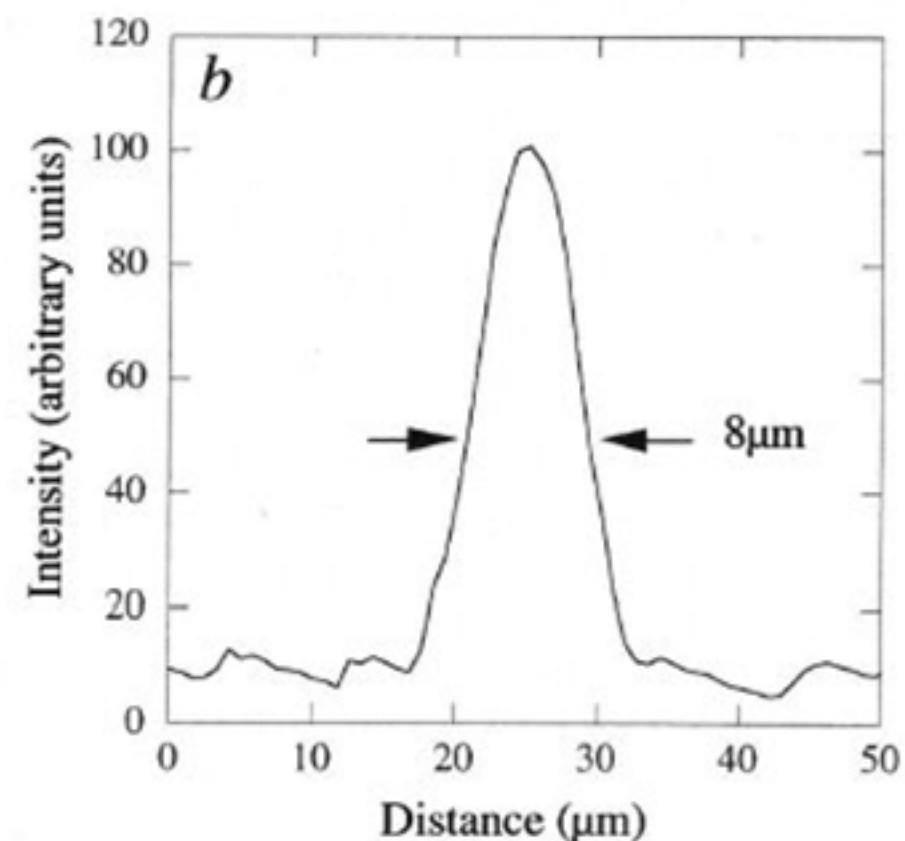
30 holes of $600 \mu\text{m}$ diameter in Al
show the ESRF optics beamline
(BM5) source size projection

$150 \mu\text{m} / 20 \approx 8 \mu\text{m}$, $r_d = 1.8 \text{ m}$

Energy = 14 keV

Top - electron microscope image

Bottom - focus line profile



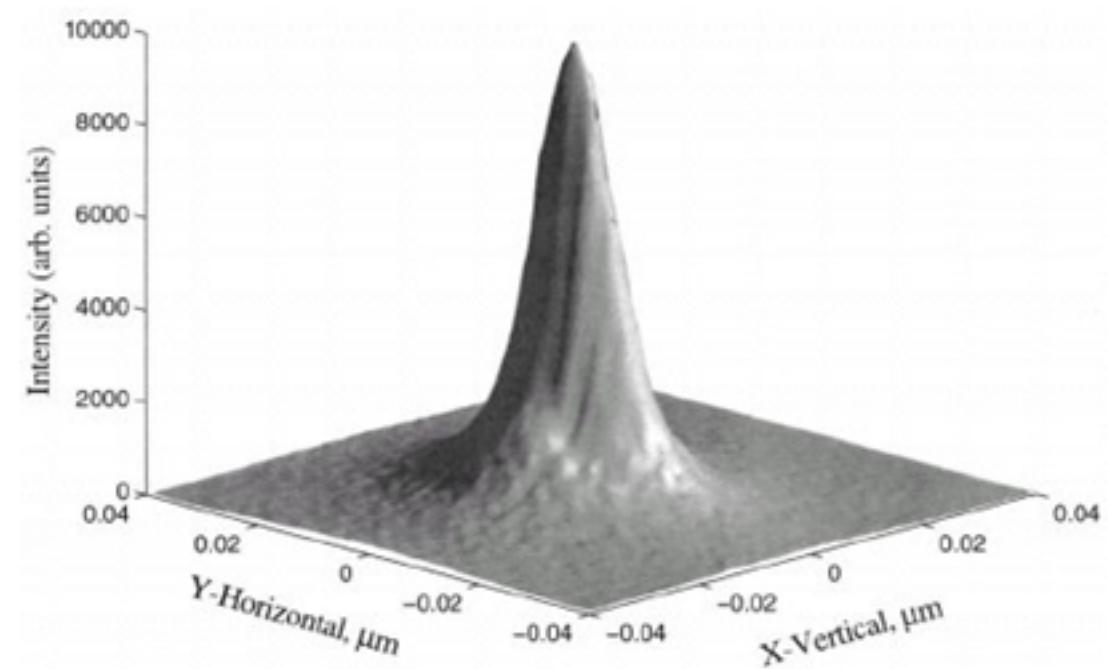
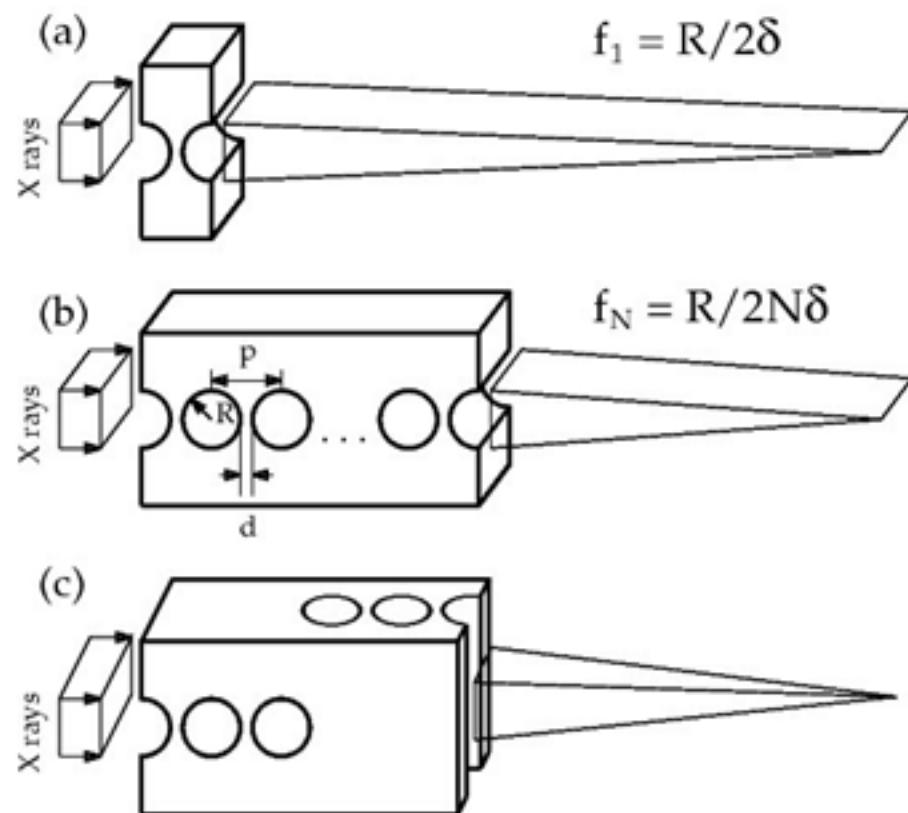
1998, Applied Optics, v.37, p.653

A. Snigirev, V. Kohn, I. Snigireva,

A. Souvorov, B. Lengeler

200 holes of $500\text{ }\mu\text{m}$ diameter in Al
in **cross geometry** (spacing $50\text{ }\mu\text{m}$,
length 11 cm) show 2D image of source
with $\text{FWHM} \approx 8\text{ }\mu\text{m} \times 18\text{ }\mu\text{m}$ ($V \times H$)

ESRF, BM5, $E = 30\text{ kev}$, $r_d = 2.2\text{ m}$



Microcapillary X-ray lens

Yu. I. Dudchik, N. N. Kolchevsky, et al.

Nucl. Instr. Meth. A, 1999, v.421, p.361

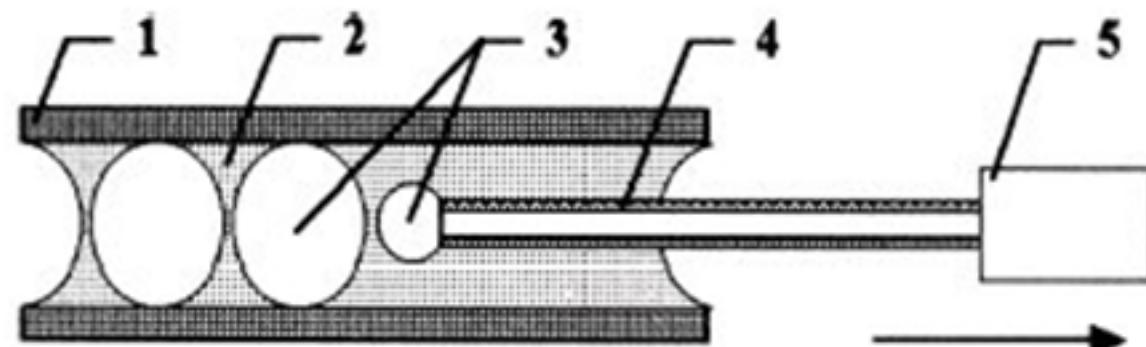
Rev. Sci. Instr., 1999, v.70, p.4161

Nucl. Instr. Meth. A, 2000, v.454, p.512

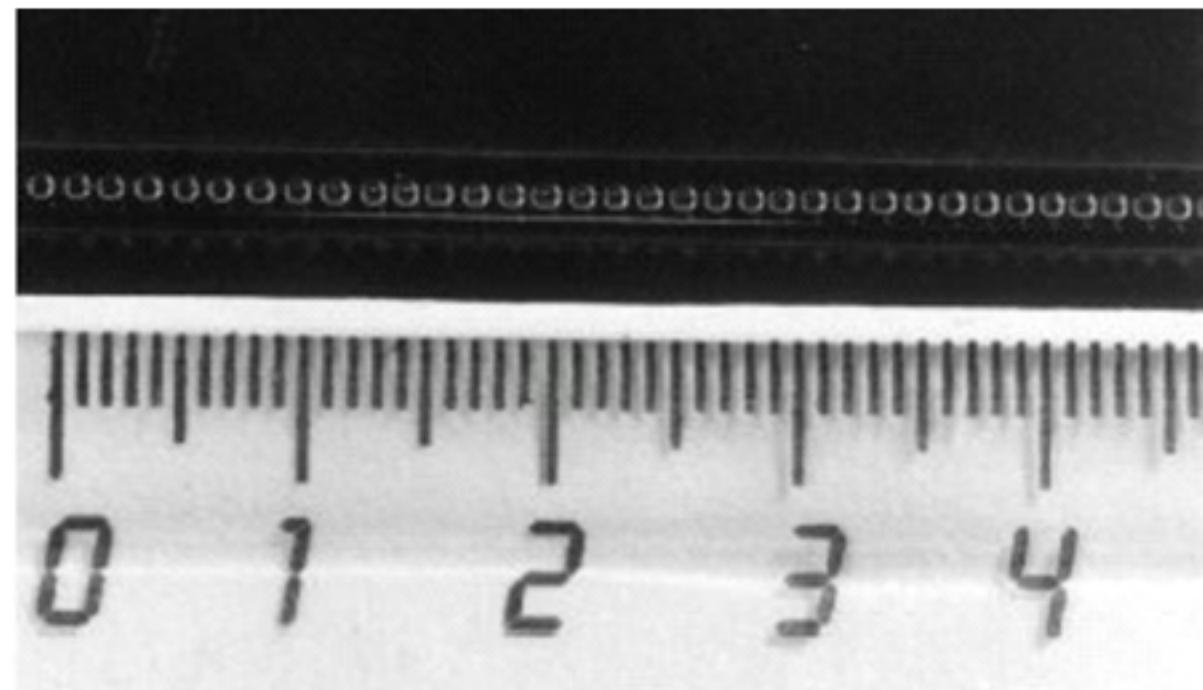
Proc. SPIE, 2001, v.4145, p.235

Air bubbles in epoxy glue
inside the glass capillary.
Capillary diameter $\approx 0.8 ; 0.4$ mm
Design and Ray tracing

- 1 - glass capillary,
- 2 - epoxy glue or glycerine,
- 3 - air bubbles,
- 4 - long injector needle,
- 5 - compressed air



Visible light microscope image
of the microcapillary x-ray lens,
The diameter of the capillary
is 0.8 mm



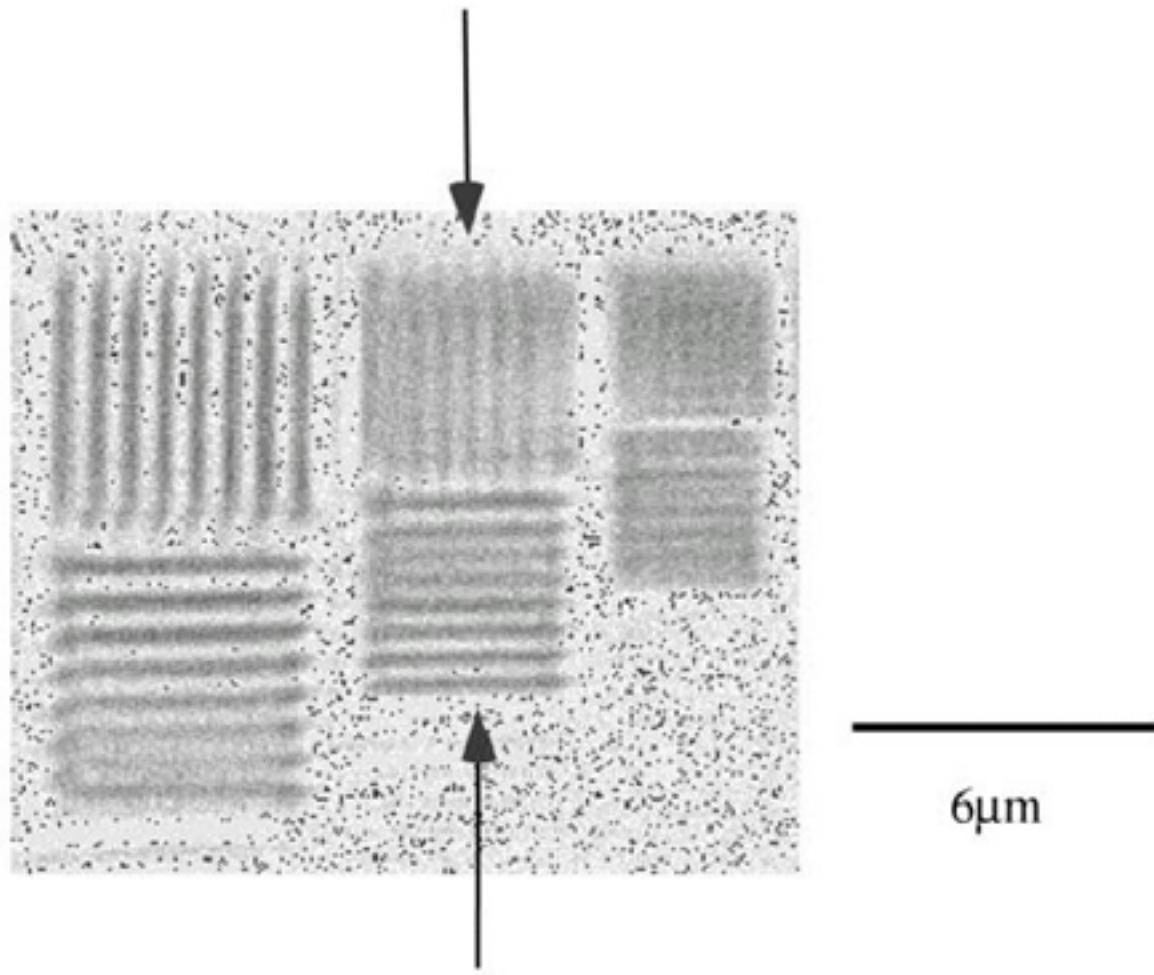
Experiment at Spring-8 shows
significant aberrations.

Microcapillary X-ray lens

Y. Kohmura, K. Okada, T. Ishikawa, et al.
Nucl. Instr. Meth. A, 2001, 467-468, p.881

Recent experiment
shows a good resolution

Experiment at Spring-8
Lens of 185 air bubbles
 $E = 18 \text{ keV}$, $F = 0.48 \text{ m}$, $M = 10$
Test sample of Tantalum
stripe pattern, thickness $0.5 \mu\text{m}$,
line $0.4 \mu\text{m}$, space $0.4 \mu\text{m}$
(arrows) →
transmissivity of ~ 94%
Source - BL47XU undulator
Detector - fluorescence screen
and CCD ($6 \mu\text{m}$ pixel)
Exposure time - 20 ms



Alligator x-ray lens with variable focal length

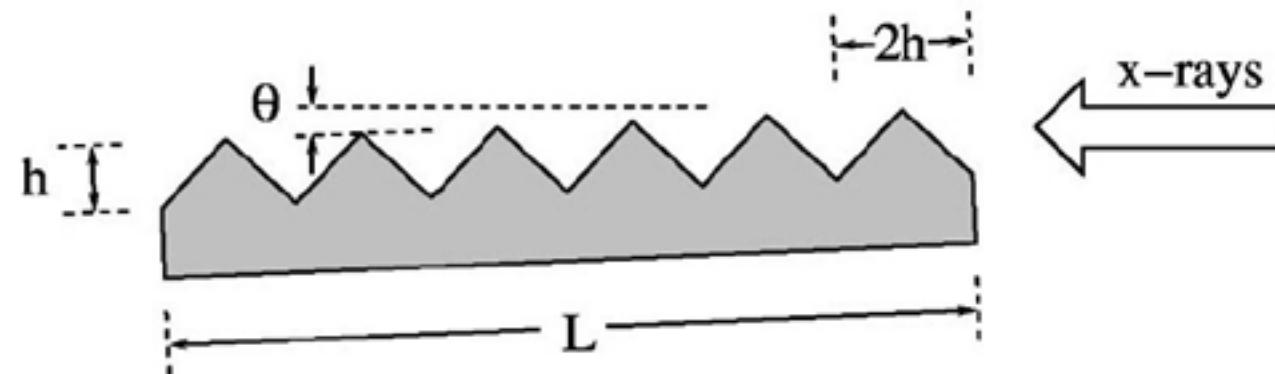
B. Cederstrom, M. Danielsson, M. Lundqvist, et al.

Nature, 2000, v. 404, p.951

Proc. SPIE, 2001, v.4145, p.294 (Be)

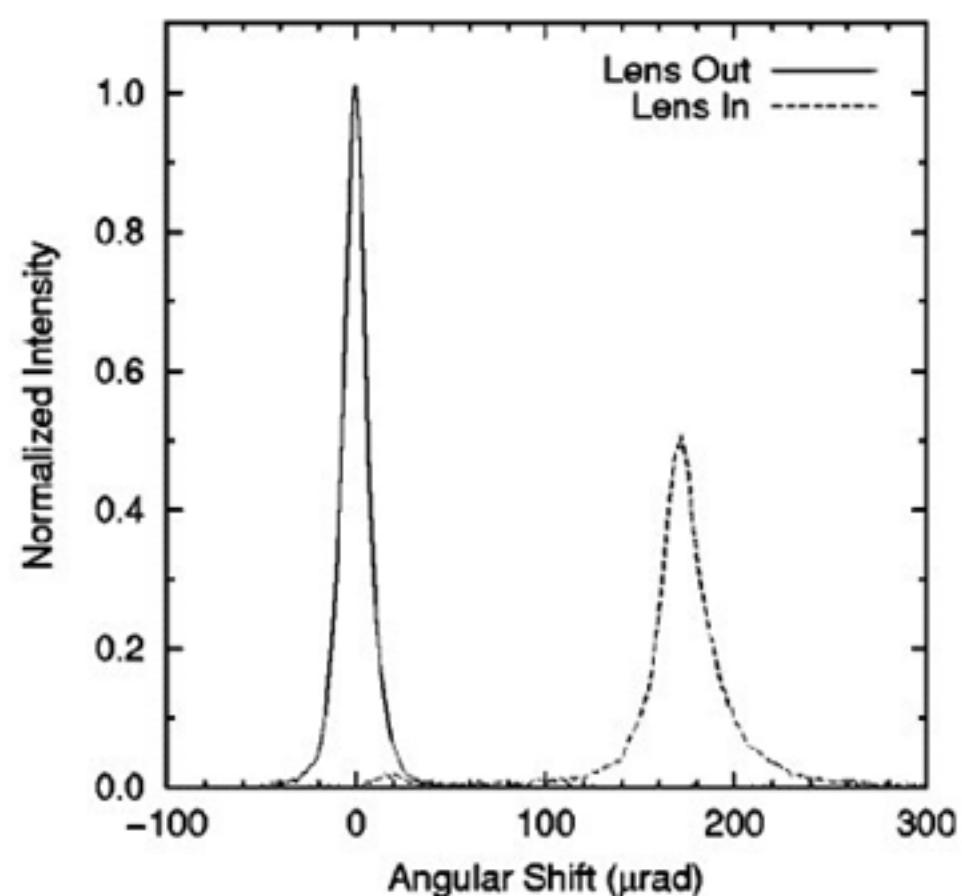
D. A. Arms, E. M. Dufresne, N. R. Pereira, et al.

Rev. Sci. Instrum., 2002, v.73, p.1492 (Li)



Focusing is not good.

The deflection of 10 keV narrow beam (slit) shows 3-d harmonic of 30 keV
 $\Delta\theta \approx 2N\delta$ $h = 0.5$ mm



Planar parabolic refractive lenses made of silicon

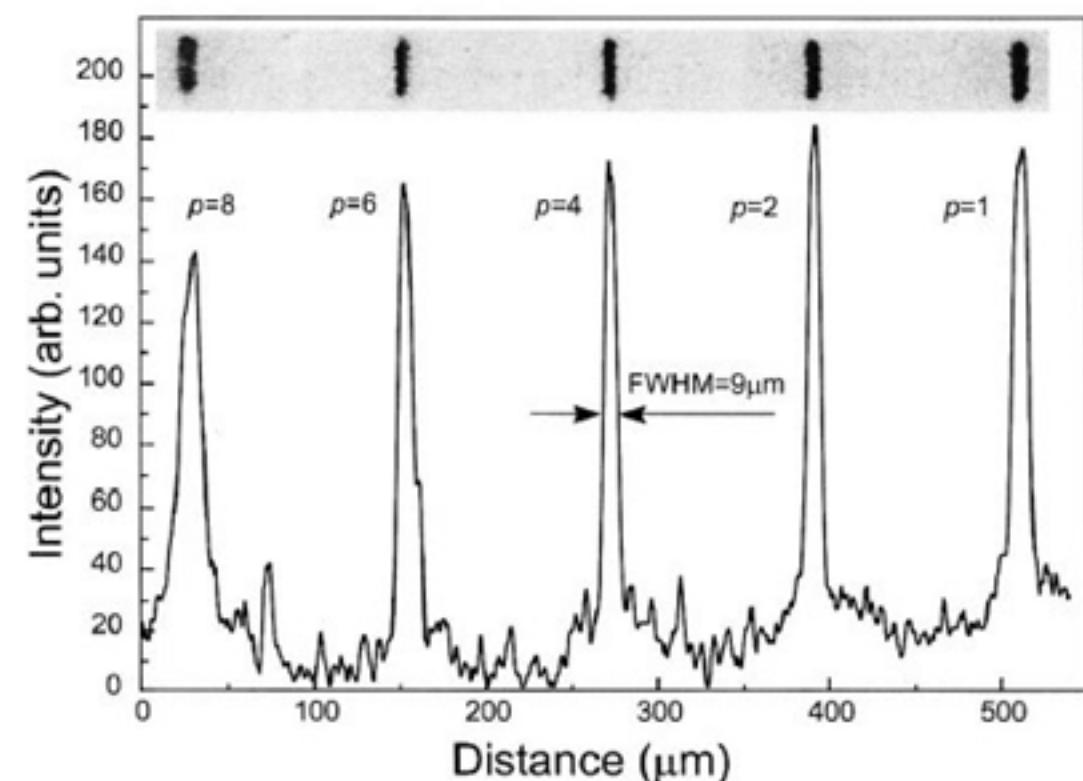
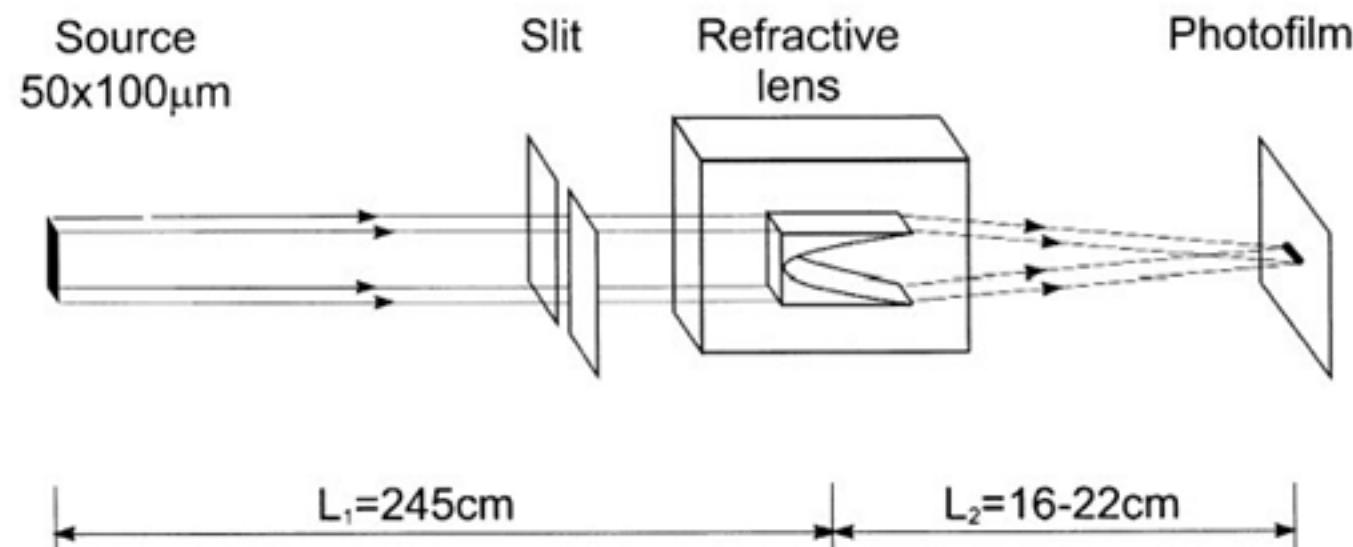
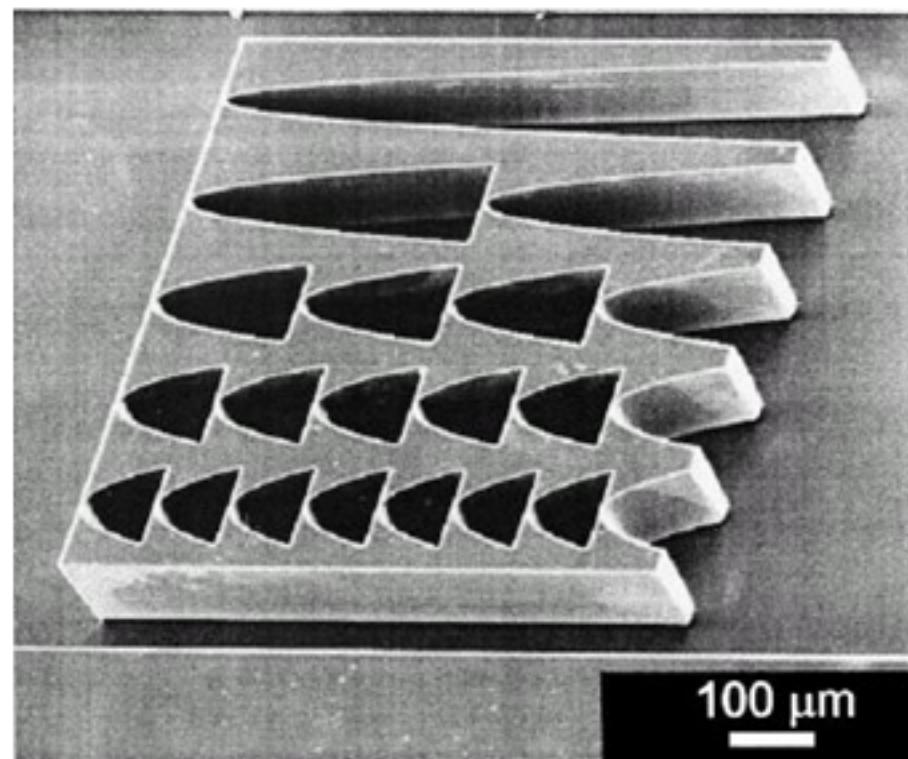
V.V. Aristov, M.V. Grigoriev, S.M. Kuznetsov, et al.

Opt. Comm., 2000, v.177, p.33

Appl. Phys. Lett., 2000, v.77, p.4058

Proc. SPIE, 2001, v.4145, p.285

PPRL can work with laboratory source. However, the aperture is small $\sim 100 \mu\text{m}$.



Parabolic compound refractive lenses made of aluminium

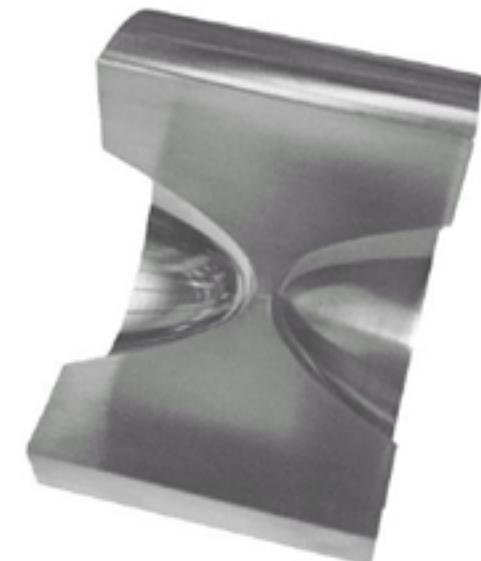
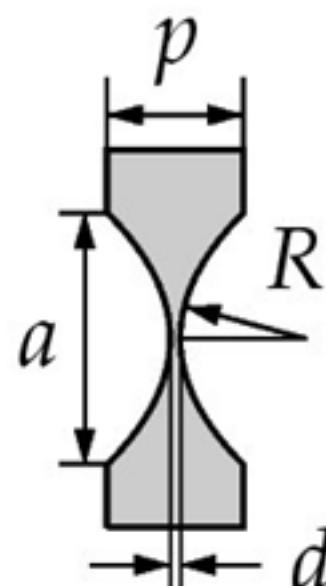
B. Lengeler, C. G. Schroer, A. Snigirev, et al.

Appl. Phys. Lett., 1999, v.74, p.3924

J. Synchr. Rad., 1999, v.6, p.1153

- - - many other - - -

J. Synchr. Rad., 2002, v.9, p.119

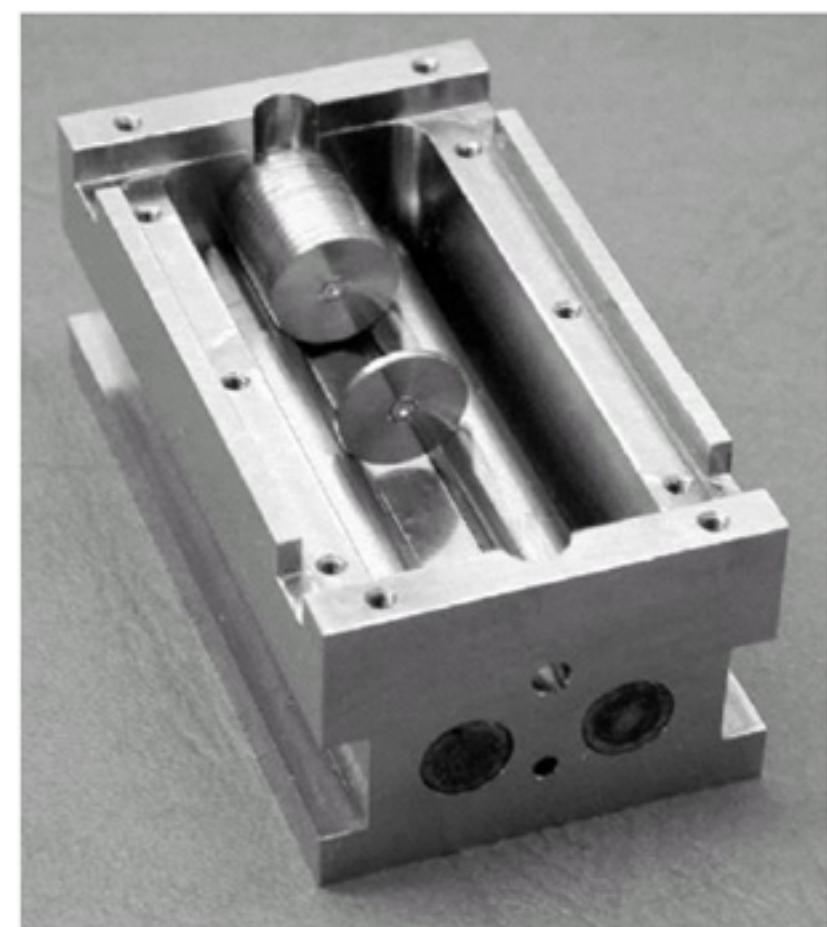
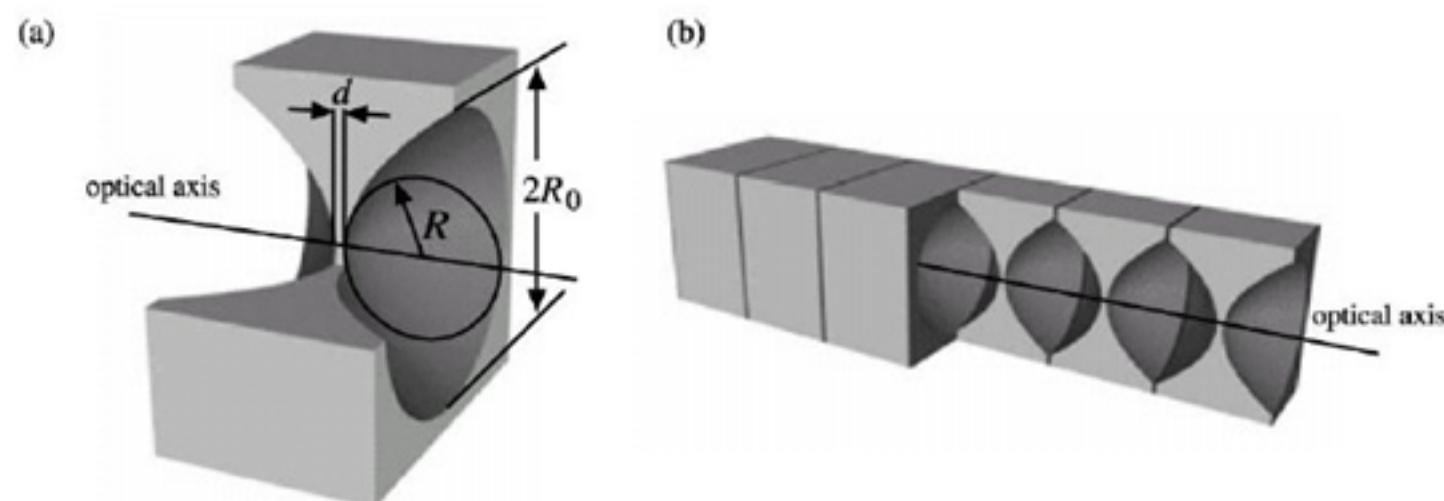


Parameters of element :

$$R = 0.2 \text{ mm}, d = 0.01 \text{ mm}$$

$$p = 1 \text{ mm}, a = 1 \text{ mm}$$

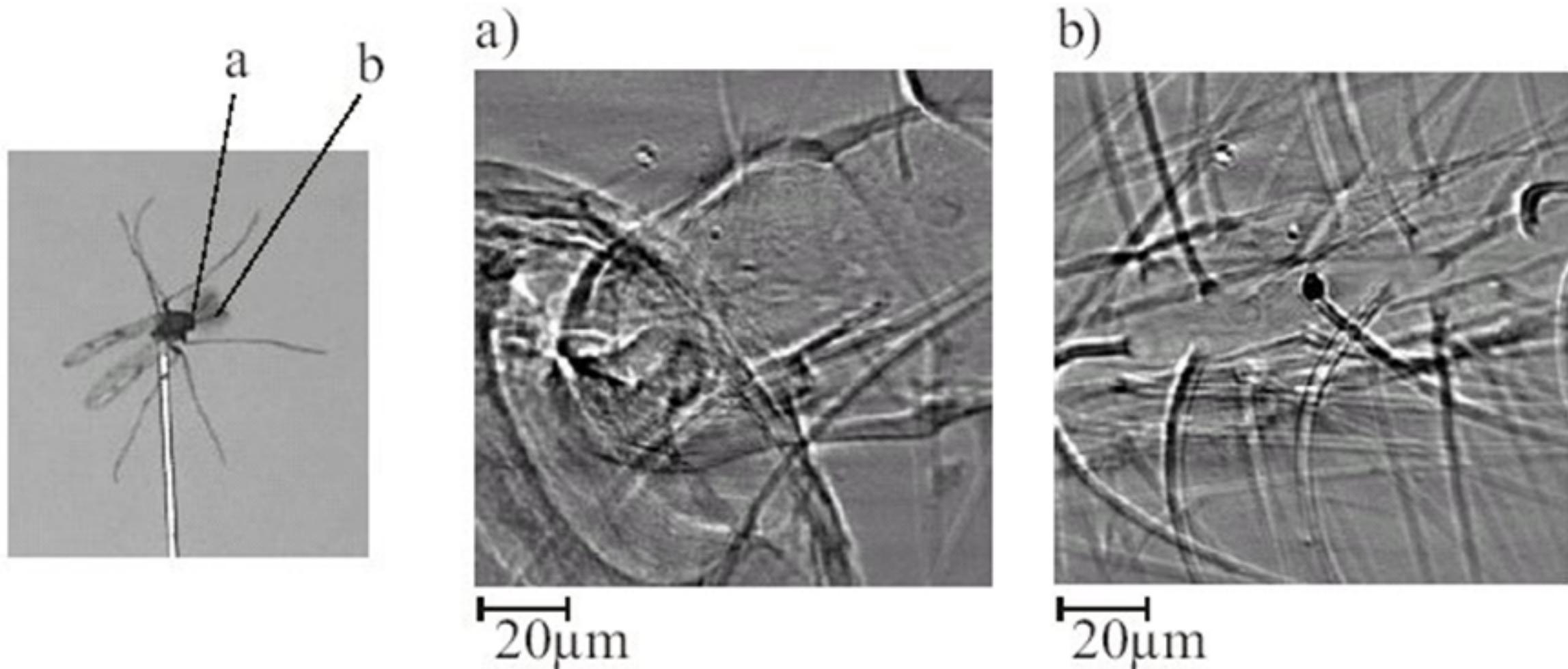
Such lens is a good imaging tool.



Imaging with the Lengeler's lens, example 1

from "X-Ray Microscopy" : Proc. 6-th Intern. Conf.,
AIP Conf. Proc., 2000, v.507, p.340

X-ray micrograph of an insect, $E = 23.5 \text{ keV}$, $M = 12$
 $N = 62$, $F = 1.65 \text{ m}$, $L_1 = 1.79 \text{ m}$, $L_2 = 21.44 \text{ m}$ (slight defocusing)



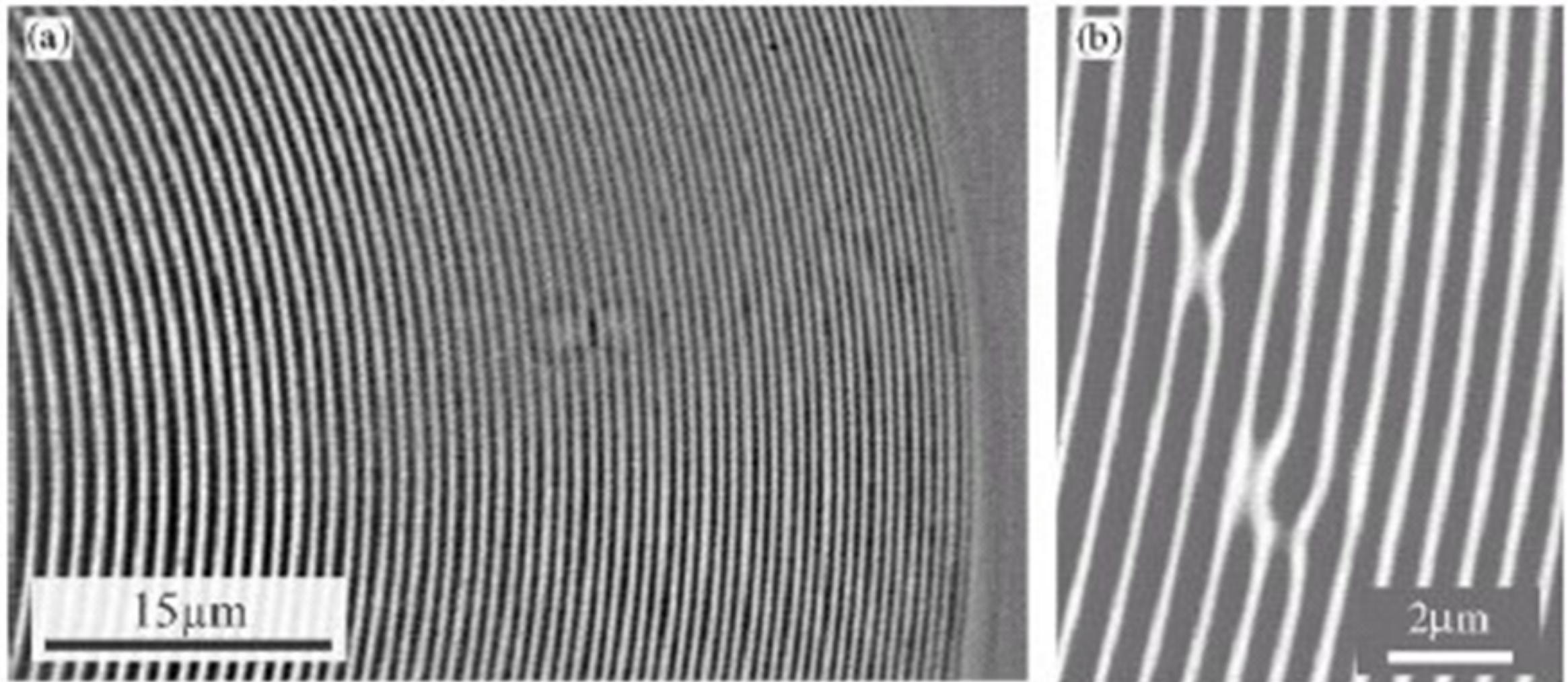
Imaging with the Lengeler's lens, example 2

from Nucl. Instr. Meth. A, 2001, v.467- 468, p.966

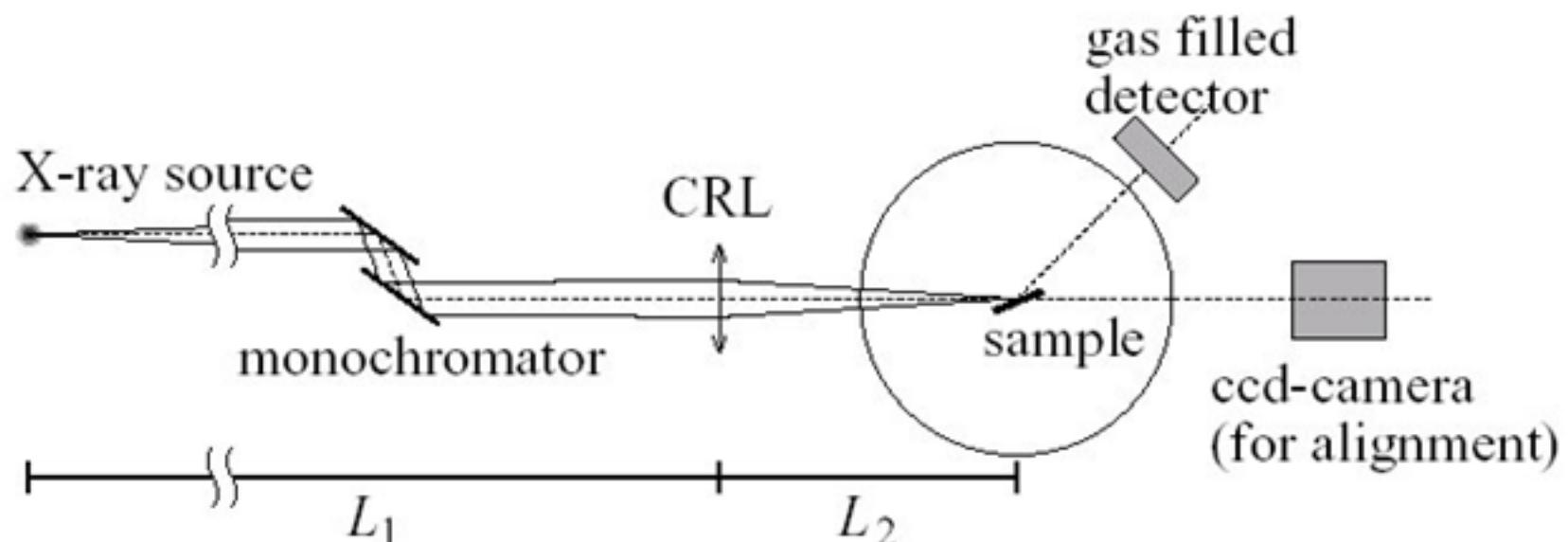
FZP of 200 μm diameter, 169 zones (IESS, Italy)

$E = 23.5 \text{ keV}$, $M = 12$, $N = 62$,
 $F = 1.65 \text{ m}$, $L_1 = 1.79 \text{ m}$, $L_2 = 21.44 \text{ m}$

$E = 14.4 \text{ keV}$, $M = 24$,
 $N = 50$, $F = 0.718 \text{ m}$,
 $L_1 = 0.748 \text{ m}$, $L_2 = 18 \text{ m}$



Diffraction in single grain of IF-Ti steel with Lengeler's lens



from "X-Ray Microscopy" : Proc. 6-th Intern. Conf., AIP Conf. Proc., 2000, v.507, p.694

$E = 16 \text{ keV}$, $L_1 = 45 \text{ m}$, $L_2 = 1.21 \text{ m}$

$N = 40$, $F = 1.18 \text{ m}$.

Beam size : $3 \mu\text{m} \times 12 \mu\text{m}$ (V \times H)

Angular size : $\Delta\theta = 1.3 \cdot 10(-4)$

Grain size $\approx 20 \mu\text{m} \times 50 \mu\text{m}$.

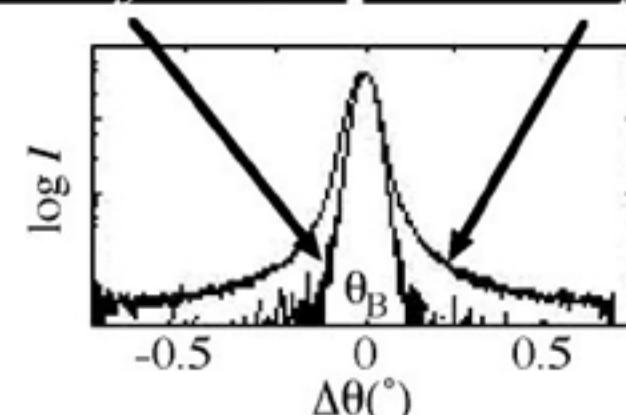
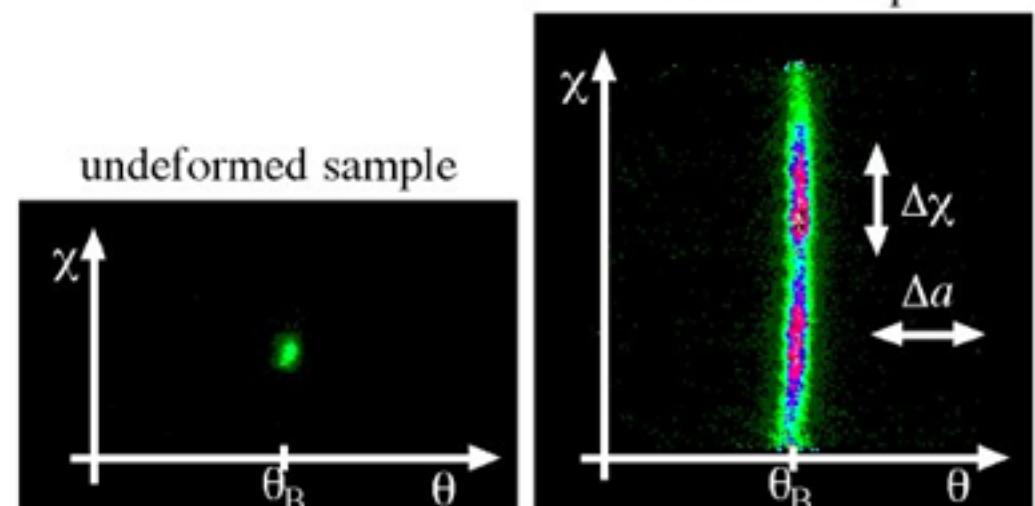
Six-circle diffractometer.

2D gas filled detector.

Up to 7 Bragg reflections :

(110), (200), (220), (310), (222), (400)

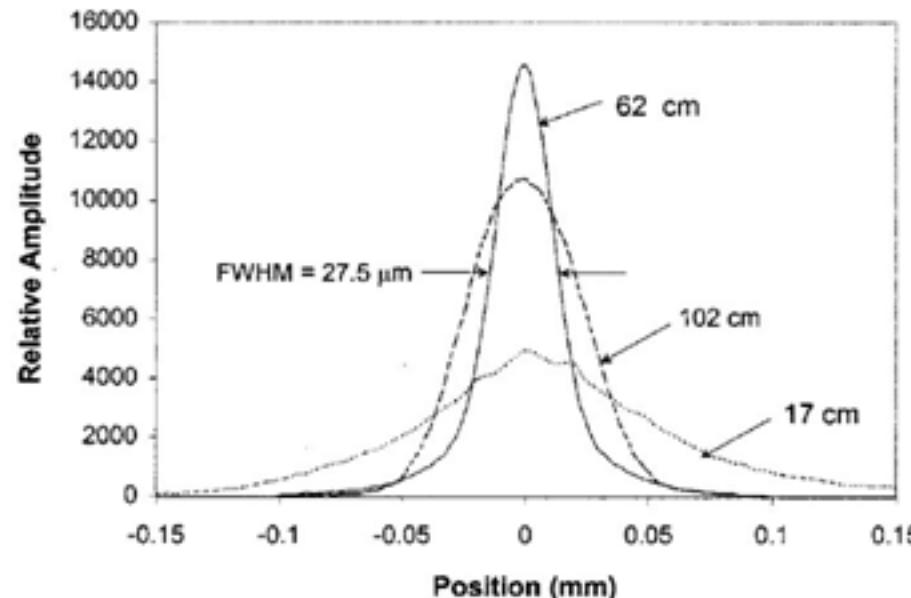
(a) Bragg reflection of a single grain deformed sample



Quasi-parabolic compound lenses made of plastic

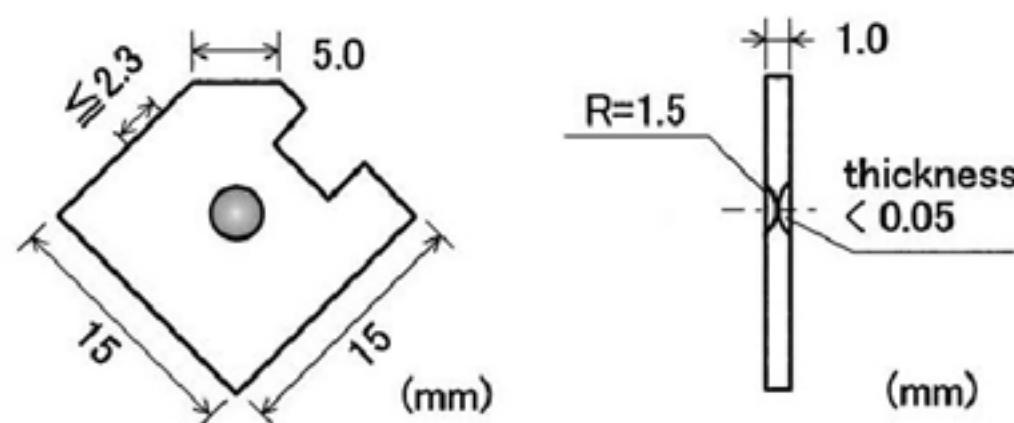
M.A. Piestrup, J.T. Cremer,
H.R. Beguiristain, et al.

Rev. Sci. Instrum., 2000,
v.71, p.4375



Stanford SRL
V-size from
440 to 27.5 μm
Distance is smaller
than focal distance

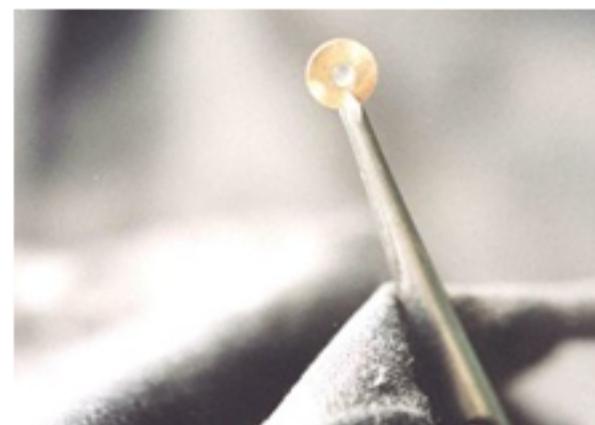
Y. Ohishi, A.Q.R. Baron,
T. Ishikawa, et al.
Nucl. Instr. Meth. A, 2001,
v.467-468, p.962



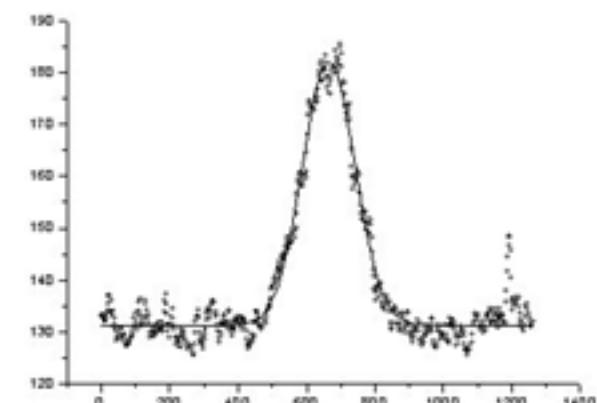
reduce beam size
for high-pressure
experiments
gain = 12
spot size = 100 μm

А. Н. Артемьев, К. Г. Потловский,
В. Г. Кон, В. В. Квардаков, et al.

Препринт РНЦ "Курчатовский Институт",
ИАЭ-6524/14, 2002

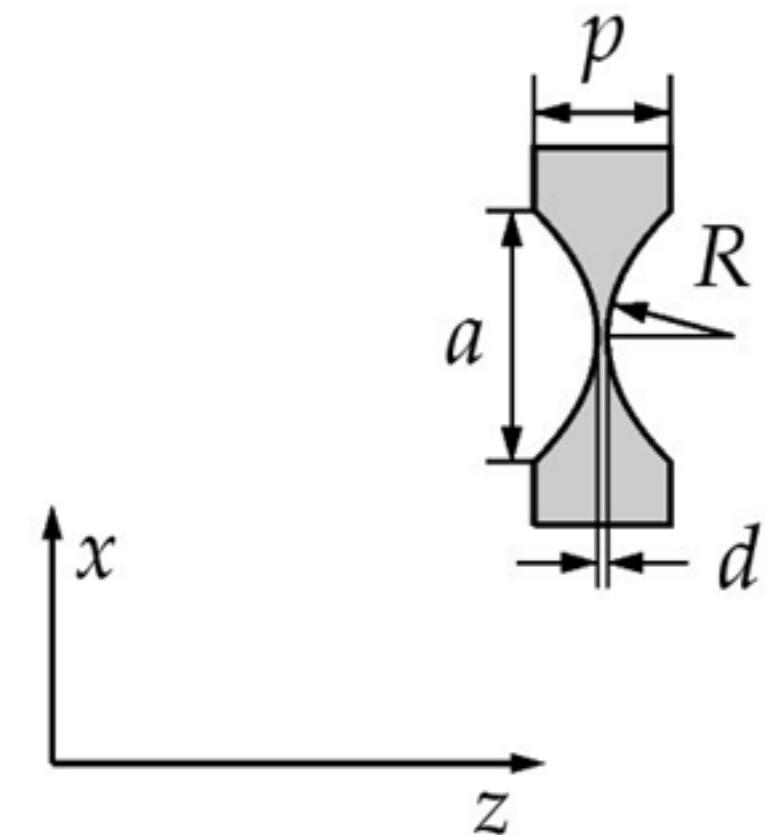
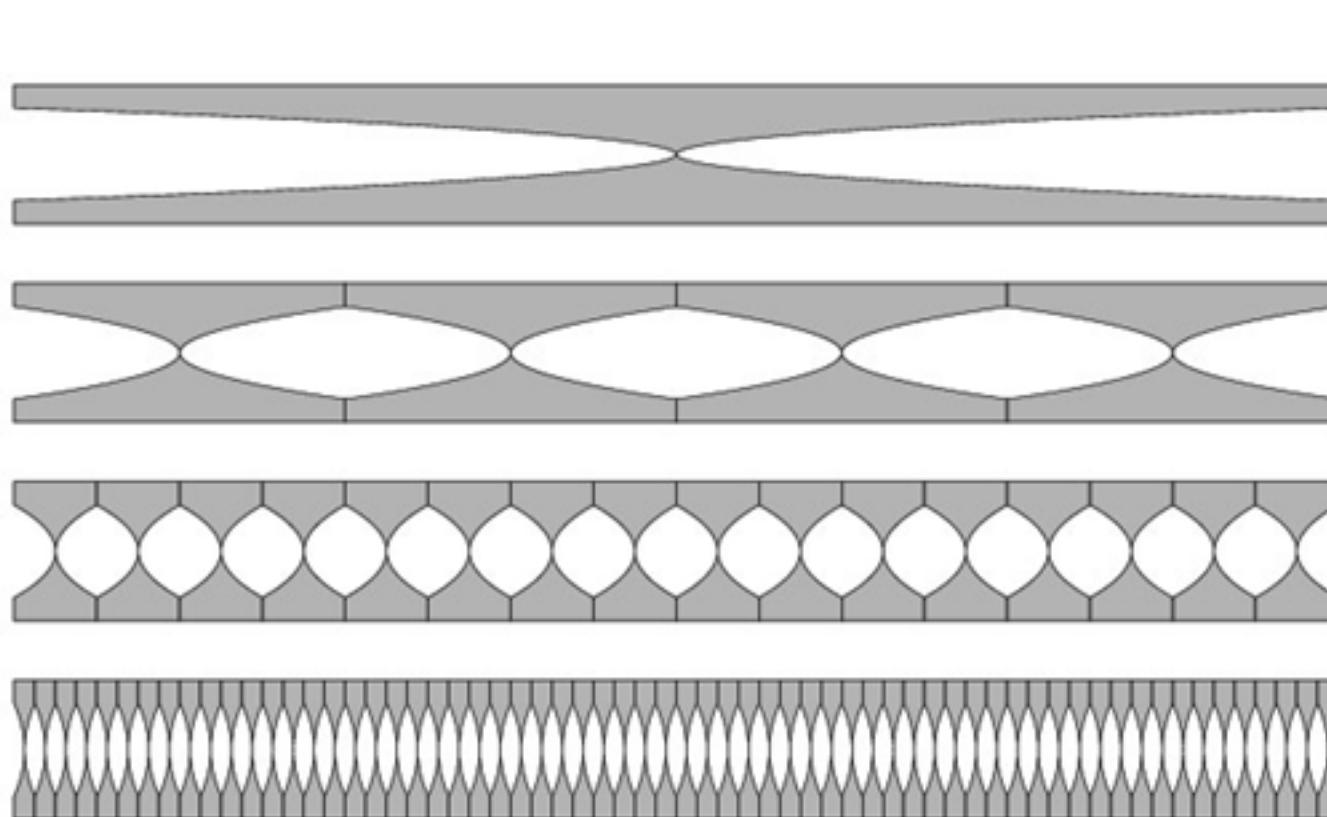


V-size = 76 μm



Теория параболической преломляющей линзы

одиночная → составная → непрерывная



$$E(x, z) = \exp(i k z) A(x, z) \quad k = 2\pi / \lambda, \quad \eta = \delta - i\beta$$

$$\frac{dA}{dz} = -ik\eta s(x, z)A + \frac{i}{2k} \frac{d^2A}{dx^2}$$

$$s(x, z) \rightarrow \bar{s}(x) = \frac{d}{p} + \frac{x^2}{pR}$$

Теория ПНП линзы – Пропагатор длинной линзы

Пустое пространство
(пропагатор Кирхгофа)

$$P(x-x', z) = \frac{1}{(i\lambda z)^{1/2}} \exp\left(i\pi \frac{(x-x')^2}{\lambda z}\right)$$

Тонкая (короткая) линза
(transmission function)

$$T(x, F) = \exp\left(-i\pi \frac{x^2}{\lambda F_c}\right), \quad F_c = \frac{R}{2N\eta}$$

Длинная линза: новый пропагатор ([Письма в ЖЭТФ, т.76, в.10](#))

$$P_L(x, x', L) = T(x, r_L a_L^{-1}) P(x - x', r_L) T(x', r_L a_L^{-1})$$

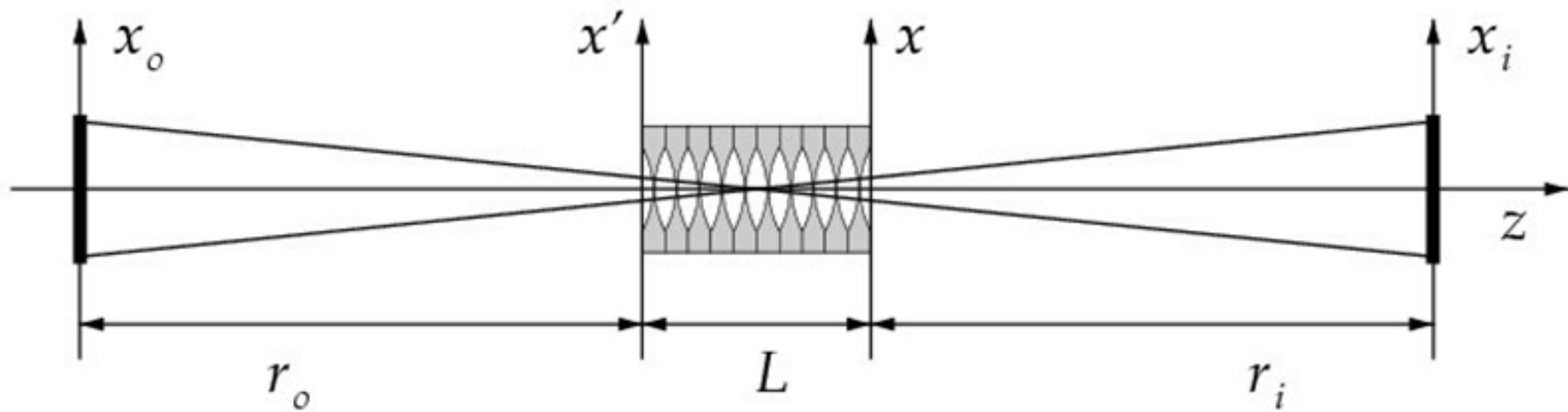
$$r_L = z_c s_L, \quad a_L = 1 - c_L, \quad L = pN$$

$$s_L = \sin(L/z_c), \quad c_L = \cos(L/z_c)$$

$$z_c = \left(\frac{pR}{2n}\right)^{1/2} \approx L_c \left(1 + i \frac{\gamma}{2}\right)$$

$$s_L \approx S_L - i \frac{\gamma}{2} u_L C_L, \quad S_L = \sin(u_L), \quad u_L = \frac{L}{L_c}, \quad \gamma = \frac{\beta}{\delta} \ll 1$$

Теория ПНП линзы - Пропагатор изображения



$$A(x_i, z_i) = \int dx_o G(x_i, x_o) A(x_o, z_o)$$

Прямое интегральное
преобразование, но не свертка

$$G(x_i, x_o) = \frac{1}{(i\lambda r_g)^{1/2}} \exp\left(i \frac{\pi}{\lambda r_g} [g_i x_i^2 - 2x_i x_o + g_o x_o^2]\right)$$

$$r_g = (r_i + r_o)c_L + \left(z_c - \frac{r_i r_o}{z_c}\right)s_L, \quad g_o = c_L - \frac{r_i}{z_c}s_L, \quad g_i = c_L - \frac{r_o}{z_c}s_L$$

Теория ПНП линзы - Сфокусированное изображение

$$r_g = \tilde{r}_i + \tilde{r}_o - \frac{\tilde{r}_i \tilde{r}_o}{\tilde{F}_c}, \quad g_o = 1 - \frac{\tilde{r}_i}{\tilde{F}_c}, \quad g_i = 1 - \frac{\tilde{r}_o}{\tilde{F}_c}$$

$$\tilde{r}_i = r_i + b_L, \quad \tilde{r}_o = r_o + b_L, \quad \tilde{F}_c = \frac{z_c}{s_L}, \quad b_L = \tilde{F}_c(1 - c_L)$$

Условие фокусировки изображения : $\operatorname{Re}(r_g) = 0$

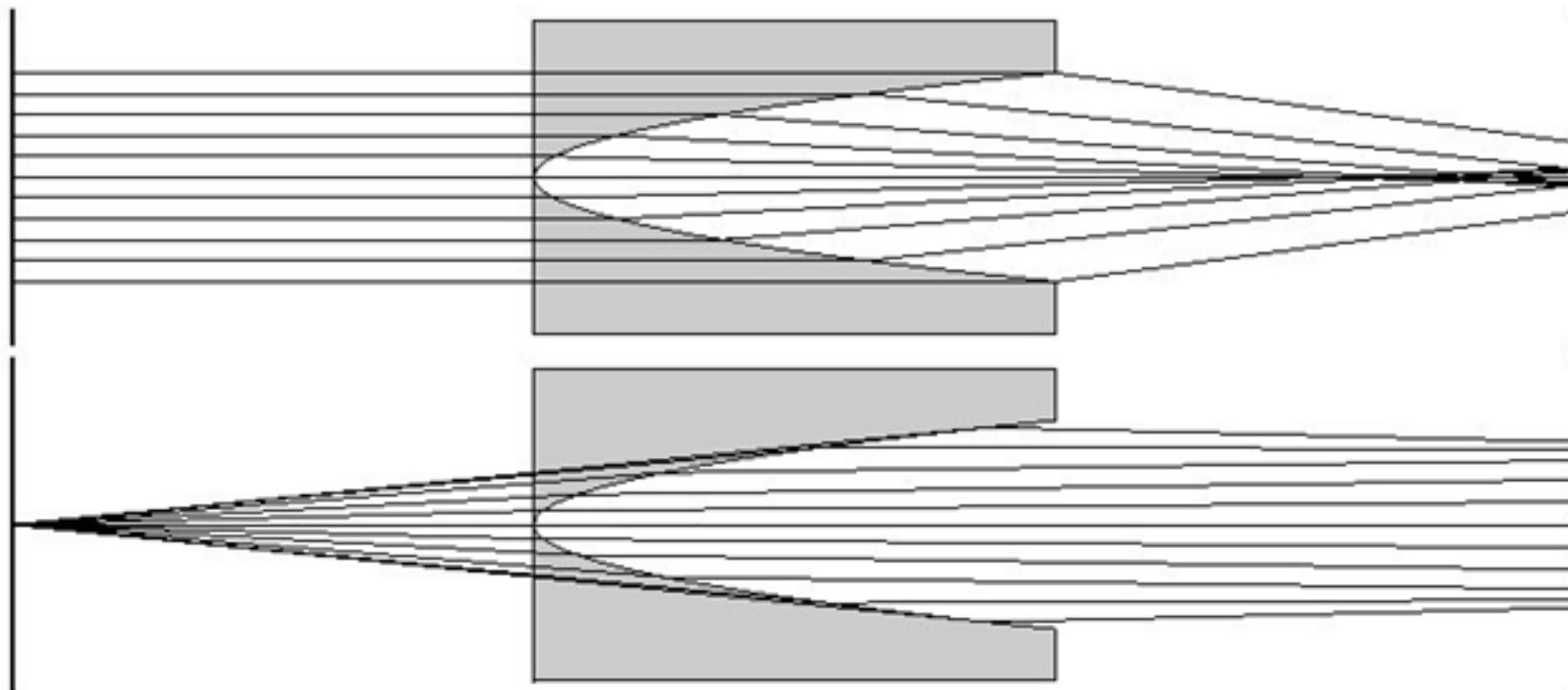
$$r_{iL} = r_i + B_L, \quad r_{oL} = r_o + B_L, \quad F_L = \frac{L_c}{S_L}, \quad B_L = F_L(1 - C_L)$$

$$\frac{1}{r_{iL}} + \frac{1}{r_{oL}} = \frac{1}{F_L}$$

Если $\frac{L}{F} \ll 1$ то

$$r_{iL} \approx r_i + \frac{1}{2}L, \quad r_{oL} \approx r_o + \frac{1}{2}L, \quad F_L \approx \frac{L_c^2}{L} + \frac{1}{6}L$$

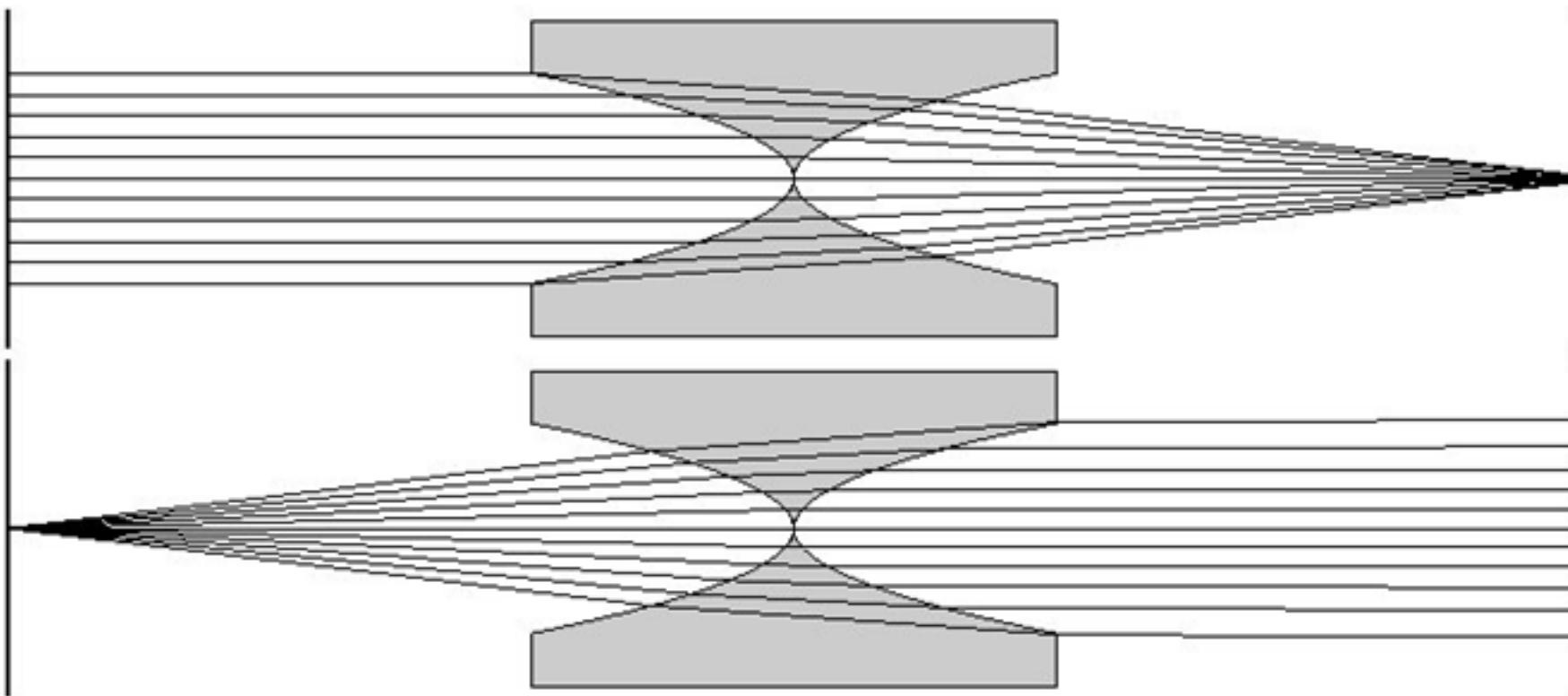
Ray Tracing – односторонняя линза (фокусировка)



$$r_o = L = r_i, \quad F = 1.5L = R/\delta, \quad A = (8RL)^{1/2},$$
$$\delta \approx 10^{-6}, \quad F = 1\text{m} \rightarrow R \approx 1\mu\text{m}, \quad A \approx 1\text{mm}$$

Параболический профиль границы не приводит к фокусировке всей апертуры. Разные части апертуры фокусируют на разных расстояниях. Разброс точек схождения лучей = L

Ray Tracing - двусторонняя линза (фокусировка)

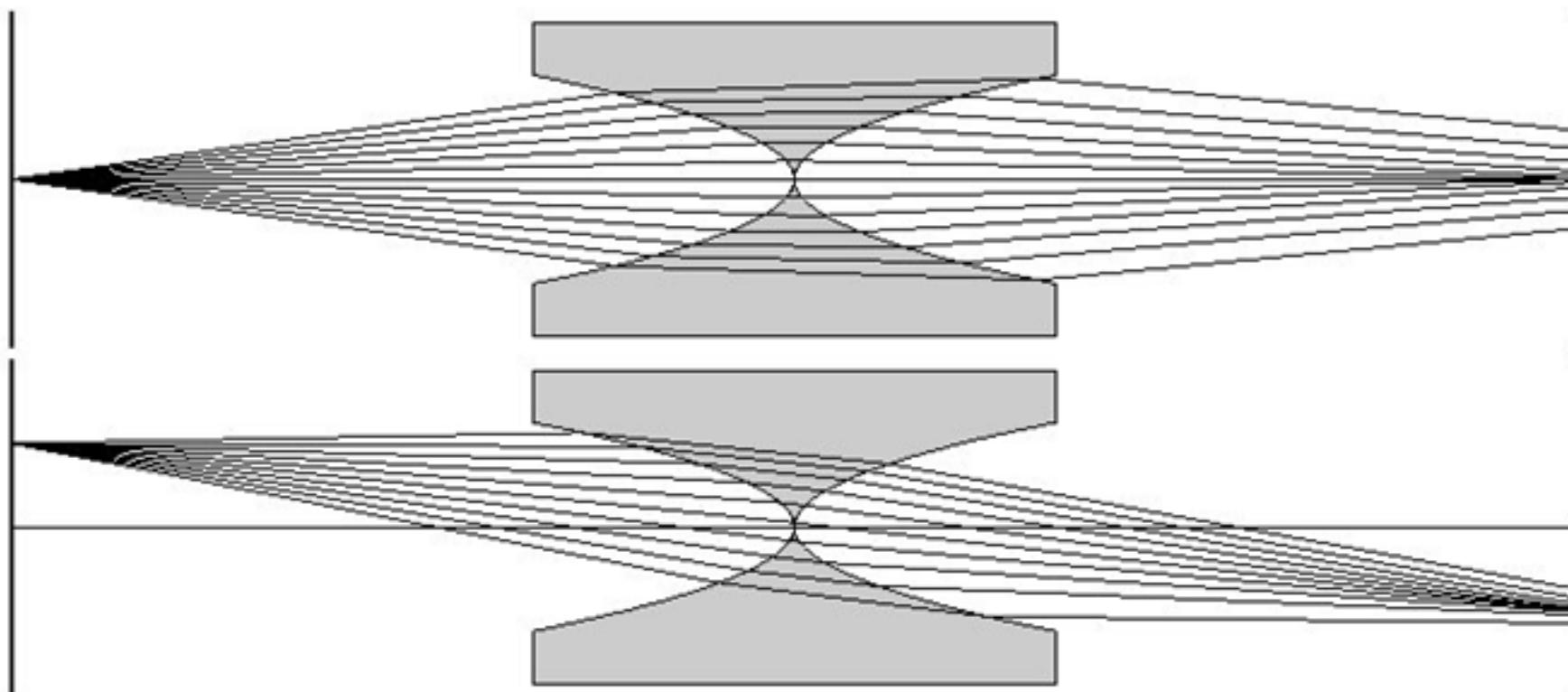


$$r_o = L = r_i, \quad F = 1.5L = R/2\delta, \quad A = (4RL)^{1/2},$$

$$\frac{L}{F} \ll 1 \Rightarrow r_{if}^{(cr)} = F - \frac{1}{2}L, \quad r_{if}^{(br)} = F - \frac{1}{4}L$$

Разброс лучей = $L/4$. С ростом N $r_{if}^{(cr)} = r_{if}^{(br)} = F - \frac{1}{3}L$

Ray Tracing - двусторонняя линза (изображение)

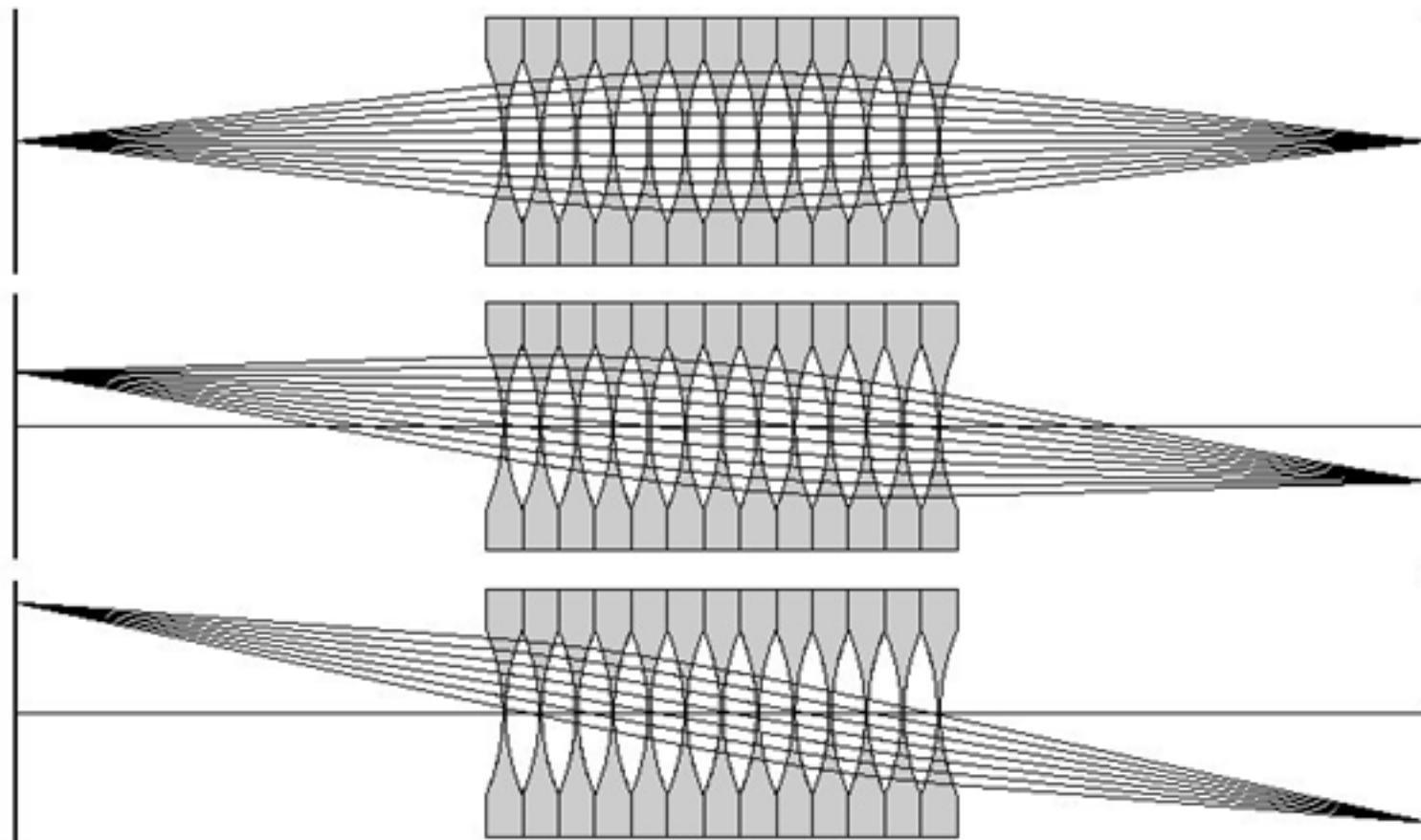


$$r_o = L = r_i, \quad F = 0.75L$$

$$\frac{1}{r_o + L/2} + \frac{1}{r_i + L/2} = \frac{1}{F}$$

Формула линзы выполняется для центральной части линзы. Однако края линзы точку в точку не фокусируют.

Ray Tracing – ПНП линза (изображение)

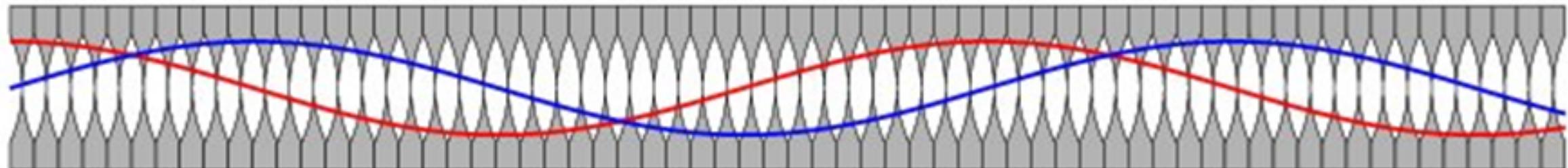


$$r_o = L = r_i, \quad F_L = 0.793L$$

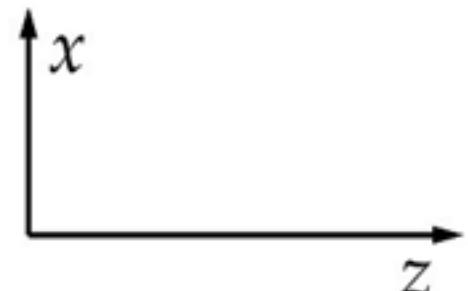
$$\frac{1}{r_{oL}} + \frac{1}{r_{iL}} = \frac{1}{F_L}, \quad u_L = 1.30654$$

Линза с правильно заданным радиусом кривизны R или критической длиной L_c прекрасно фокусирует точку с любым отклонением от оси.

Ray Tracing - ПНП линза (траектории лучей)



Траектории лучей в параксиальном приближении описываются простым уравнением:



$$x = x_t(z), \quad \frac{d^2x_t}{dz^2} = -\frac{x_t}{L_c^2} \quad \text{решение которого равно}$$

$$x_t(z) = x_0 \cos(u_z) + \Theta_0 L_c \sin(u_z), \quad u_z = \frac{z}{L_c}, \quad L_c = \left(\frac{pR}{2\delta} \right)^{1/2}$$

ПНП линза – эффективная апертура и размер фокуса

Линза ограничивает фронт плоской волны и сжимает то, что осталось. Максимальное сжатие достигается на расстоянии

$$r_i = F_L C_L$$

Пик интенсивности имеет гауссовый вид

$$|A(x_i)|^2 = \frac{1}{\gamma a_L} \exp\left(-\frac{2\pi}{\gamma\lambda F_L a_L} x_i^2\right), \quad a_L = \frac{1}{2}\left(C_L + \frac{u_L}{S_L}\right)$$

Эффективная апертура \rightarrow интегральная интенсивность

Размер фокуса \rightarrow ПШПВ пика интенсивности

$$A_\gamma = \int dx_i |A(x_i)|^2 = \left(\frac{\lambda F_L}{2\gamma a_L}\right)^{1/2}, \quad s_\gamma = 0.664(\gamma\lambda F_L a_L)^{1/2},$$

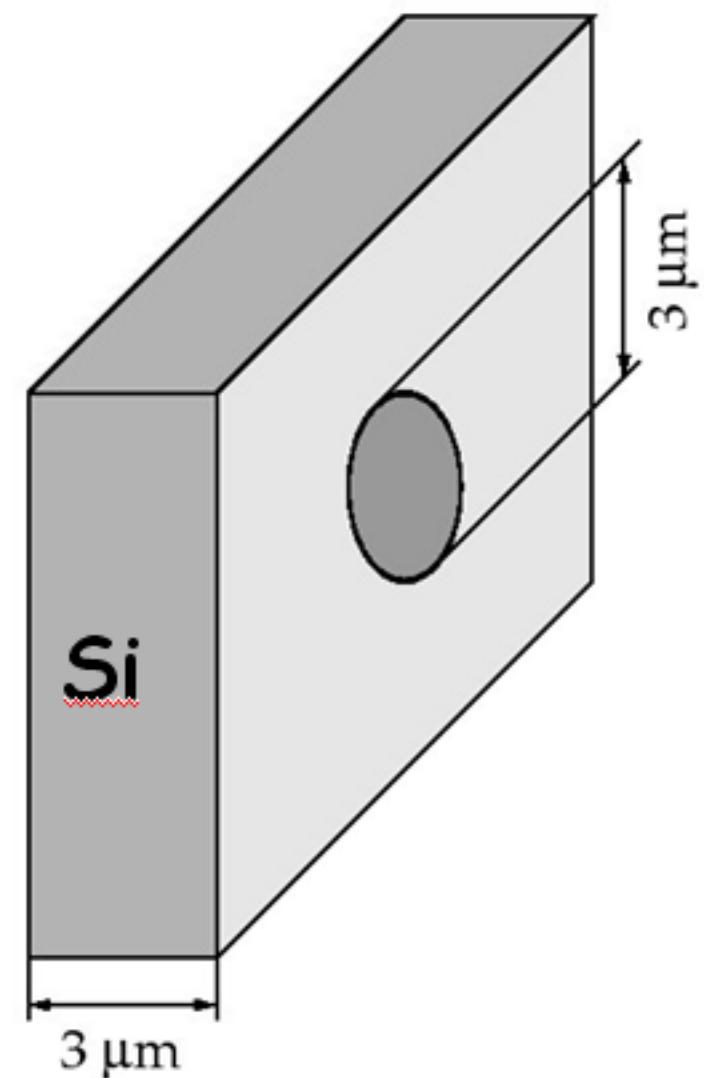
$$s_\gamma = 0.47 \frac{\lambda F_L}{A_\gamma} = 0.94 a_L \gamma A_\gamma, \quad a_L = \frac{1}{\pi/4}, \quad L = (\pi/2)L_c, \quad L \ll L_c$$

Computer simulation of images with PCR-lens

The program was elaborated as the Igor-Pro application.
It allows one to calculate the images of some simple objects
within the standard experimental setup which include
distance from source to object - r_s
distance from object to lens - r_o
distance from lens to 2-D detector - r_i

Igor-Pro is an interactive environment for
preparing the input data, calculation and graphics,
made by "WaveMetrics" company.

As an example of program possibilities, the
images of the small hole of $3 \mu\text{m}$ diameter
in the Si plate of $3 \mu\text{m}$ thickness is considered.
The hole is located at different places
respective to the lens centre.
The energy $E = 25 \text{ keV}$, the phase shift = -0.294 ,
absorption coeff. = 0.001 , $r_s = 40 \text{ m}$



100 Lengeler's lenses

$L = 10 \text{ cm}$,

$F = 115.7 \text{ cm}$,

$F_L = 117.4 \text{ cm}$

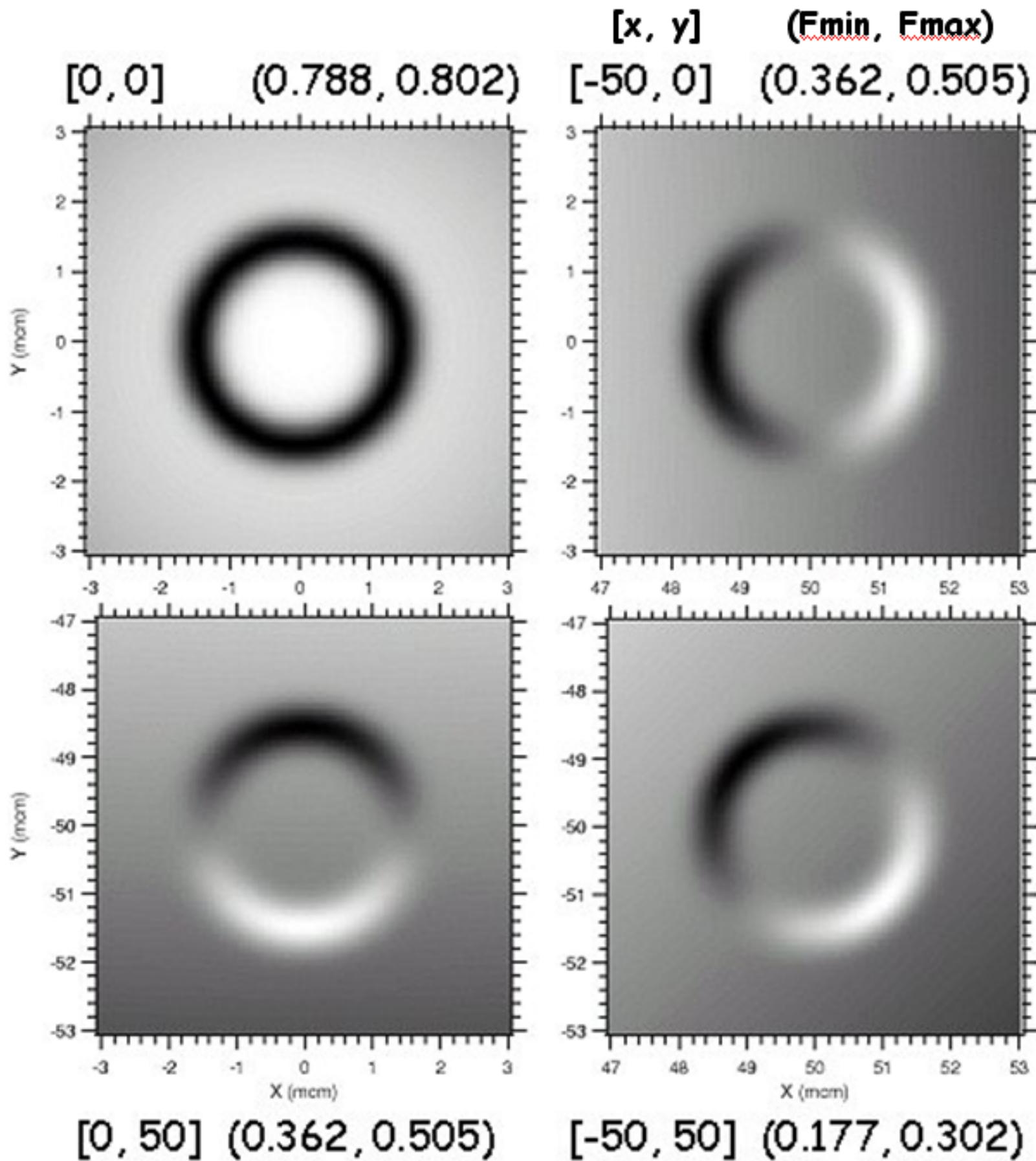
$r_i = r_o = 229.23 \text{ cm}$

$E = 25 \text{ keV}$

$r_s = 40 \text{ m}$

Resolution = $0.4 \mu\text{m}$

Such lens is used
in experiments



400 Lengeler's lenses

$L = 40 \text{ cm}$,

$F = 28.925 \text{ cm}$,

$F_L = 36.85 \text{ cm}$

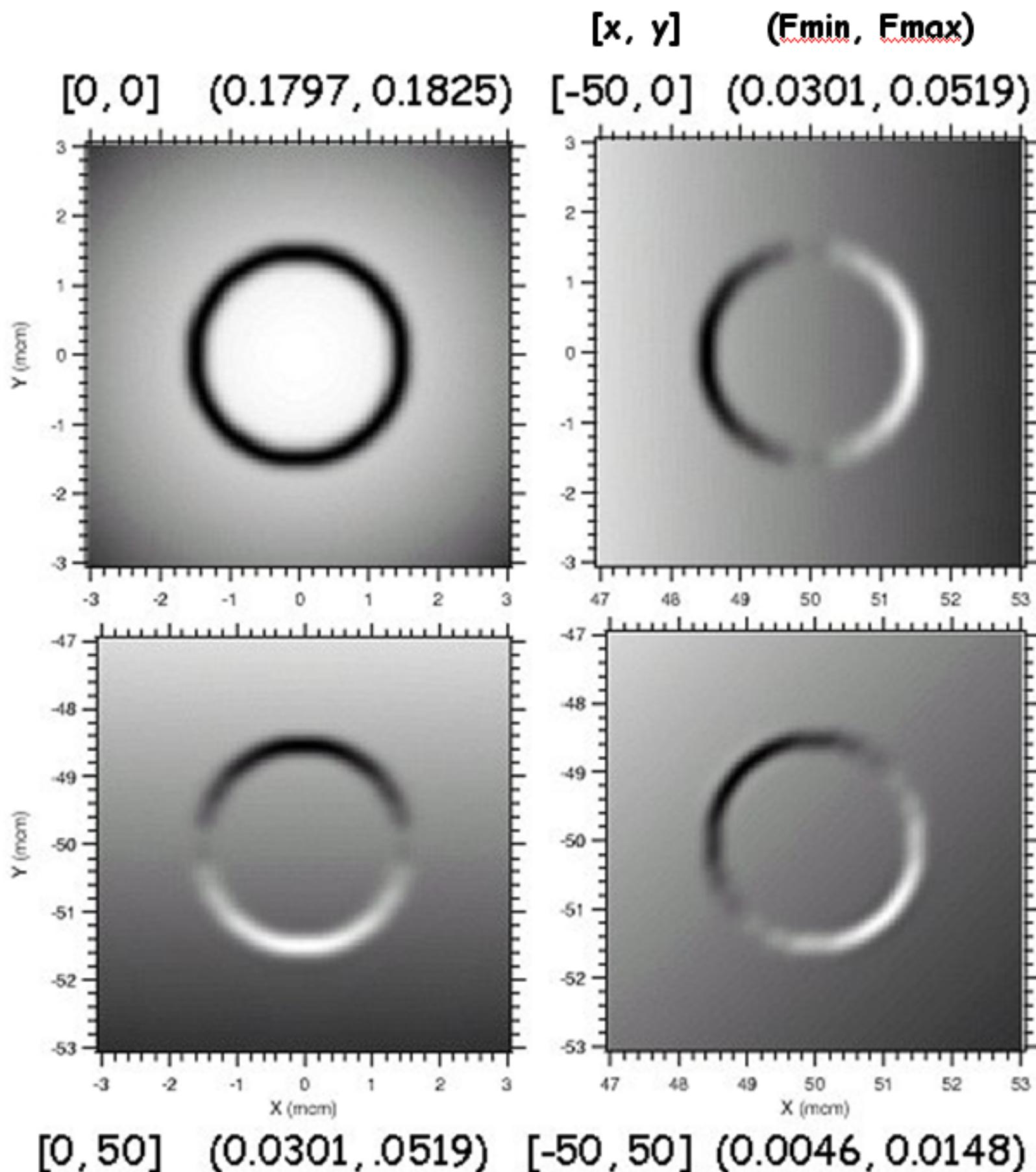
$r_i = r_o = 51.024 \text{ cm}$

$E = 25 \text{ keV}$

$r_s = 40 \text{ m}$

Resolution = $0.2 \mu\text{m}$

Such lens is **not** used
in experiments



Заключение

1. Длинные параболические непрерывно-преломляющие линзы – полезный инструмент рентгеновской оптики микрообъектов
2. Такие линзы не имеют aberrаций и прекрасно изображают
3. Теория длинных линз развита полностью и все понятно
4. Существует обобщенная формула длинной линзы
5. Апертура линзы уменьшается с ростом ее длины, разрешение тоже уменьшается, но отношение
разрешение/апертура $\sim \beta/\delta$
6. Таким образом у длинных линз есть перспективы
7. Большой выигрыш в интенсивности проблематичен.