

# **Развитие рентгеновской преломляющей оптики: фокусировка, изображение, интерферометрия**

**Кон Виктор Германович**

**д. ф.-м. н., г. н. с. ЛТКСВ, ОФКС, ЦФИ, НИЦ КИ**

**интернет-сайт: <http://kohnvict.narod.ru>**

**19.03.2013**

# Взаимодействие рентгеновского излучения с веществом

$$\varepsilon = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} = 1 - \frac{4\pi e^2}{m\omega^2} N, \quad n = \varepsilon^{1/2} = 1 - \frac{\lambda^2 r_0}{2\pi} N, \quad r_0 = \frac{e^2}{mc^2}$$

$\varepsilon(\omega)$  – диэлектрическая функция электронного газа,

$\omega_p$  – плазменная частота,  $e, m$  – заряд и масса электрона,

$\lambda$  – длина волны,  $r_0$  – классический радиус электрона,

$N$  – плотность электронов в заданной точке пространства

Важно, что  $n < 1$

В веществе фаза набирается медленнее, чем в вакууме

В более общем случае  $n = 1 - \delta + i\beta$ , причем  $\beta \ll \delta$   
Фотоэффект, поглощение, квантовая механика,  
эксперимент, дисперсионные соотношения, таблицы Хенке  
и других авторов, программы Сергея Степанова и моя

**В. Г. Кон, "Программа расчета параметров рассеяния,  
используемых в методе стоячих рентгеновских волн",  
Кристаллография, 2006, т. 51, N. 6, с. 1001-1005**

**PMMA, C<sub>5</sub>H<sub>8</sub>O<sub>2</sub>,  $\lambda = 1 \text{ \AA} \Rightarrow \delta = 1.61 \cdot 10^{-6}$ ,  $\beta = 1.10 \cdot 10^{-9}$**   
клин с углом 45° отклоняет луч на угол  $\delta \propto 10^{-6}$   
**то есть поперечный сдвиг на 1 микрометр  
получается на расстоянии 1 метр**

Преломляющей оптики не было  
100 лет после открытия РЛ.

## Что изменилось?

1. Кристаллы стали видеть  
угловые отклонения  
порядка **1 мкрад**
2. Появились новые источники  
РЛ в виде **Синхротронного  
Излучения 3-го поколения**
  - ESRF** (Grenoble, France)
  - APS** (Argonne Chicago, USA)
  - SPring-8** (RIKEN/JASRI, Japan)



Важным параметром СИ является эмиттанс  $\epsilon = S \cdot A$

$S$  - поперечный размер источника (нм)

$A$  - угловая расходимость пучка (рад)

Он должен быть как можно меньше. Для этого используют ондуляторы с большим числом полюсов  $N_u$ .

Прогресс развития СИ (из доклада Кулипанова)

[http://xray-optics.ucoz.ru/articles/Kulipanov\\_1a.pdf](http://xray-optics.ucoz.ru/articles/Kulipanov_1a.pdf)

1980             $\epsilon = 300 \cdot (\text{нм} \cdot \text{рад})$              $N_u = 10$

1990             $\epsilon = 30 \cdot (\text{нм} \cdot \text{рад})$              $N_u = 100$

2000             $\epsilon = 3 \cdot (\text{нм} \cdot \text{рад})$              $N_u = 1000$



Почему надо уменьшать эмиттанс? Лазерный эффект.

Поперечная длина когерентности на расстоянии  $z$  от источника  $L_{tc} = \lambda/\alpha$ , где  $\alpha = S/z$ . Размер пучка на том же расстоянии за счет расходимости равен  $S_b = A \cdot z$

Чтобы весь пучок был когерентным надо выполнить условие:  $S_b = L_{tc}$  что эквивалентно  $\varepsilon = S \cdot A = \lambda < 0.1$  нм·рад

СИ-3 уже близко, но еще ближе XFEL

Для СИ-3 характерны параметры  $S = 50$  мкм,  $z = 50$  м.

Соответственно для  $\lambda = 0.1$  нм имеем  $L_{tc} = 100$  мкм

Вывод: преломляющая (фазовая, когерентная) оптика возможна для объектов с поперечными размерами 100 мкм.

На других источниках СИ она практически невозможна.

Немного истории:

1994 год, запущено несколько станций ESRF, Снигирев

1995 год - мое первое появление на ESRF, статья

A. Snigirev, I. Snigireva, V. Kohn, S. Kuznetsov, I. Schelokov,  
**On the possibilities of x-ray phase contrast microimaging by coherent  
high-energy synchrotron radiation.**

Rev. Sci. Instrum. 1995, vol. 66, N. 12, p. 5486-5492

Сегодня более 700 ссылок

1996 год - первая статья по преломляющим линзам

A. Snigirev, V. Kohn, I. Snigireva, B. Lengeler,  
**A compound refractive lens for focusing high-energy X-rays.**  
Nature, 1996, vol. 384, N. 6604, p. 49-51

Сегодня более 550 ссылок и европейская премия

## фазовый контраст (изображение)

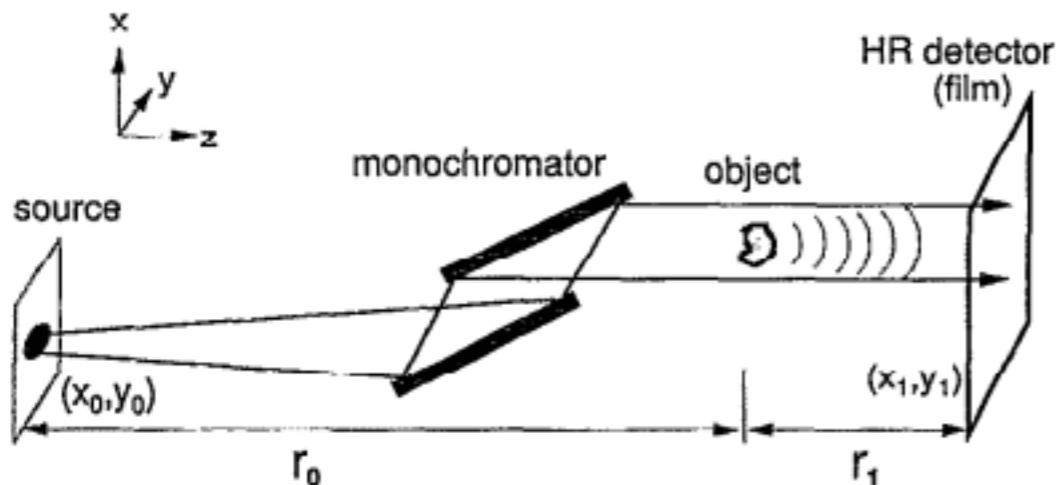


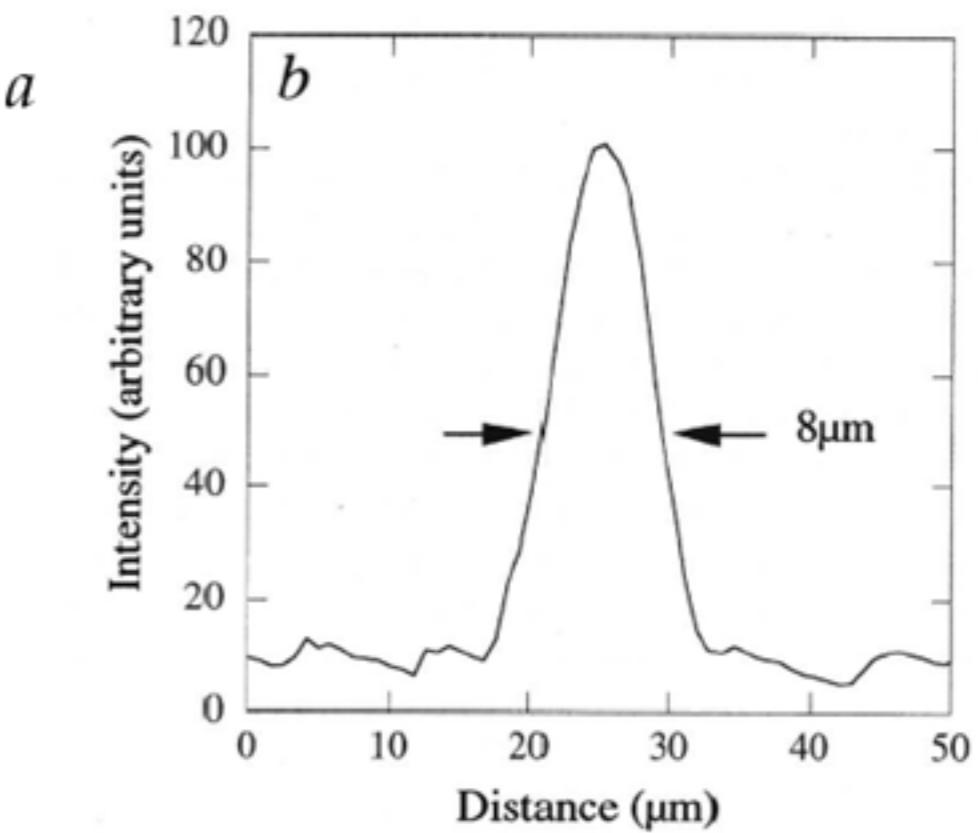
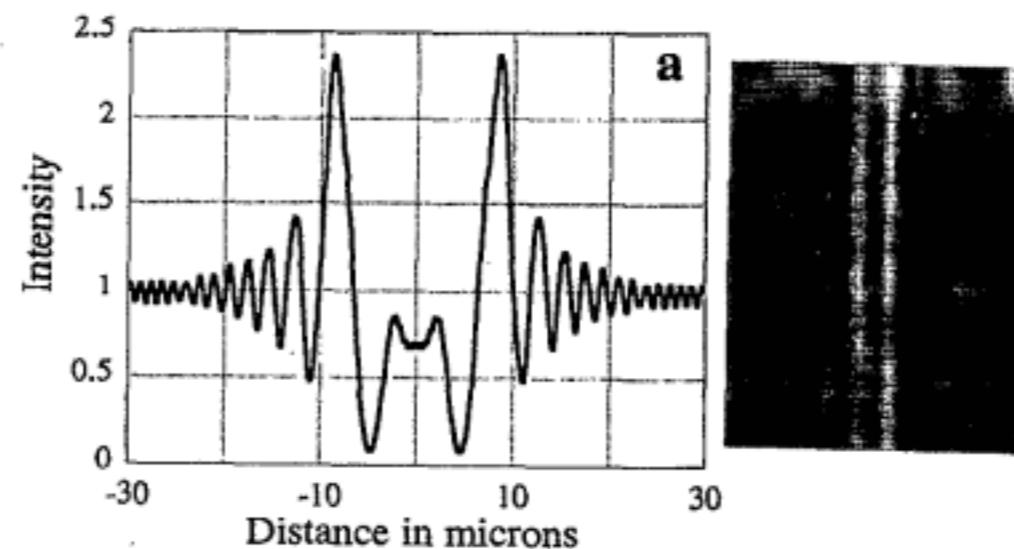
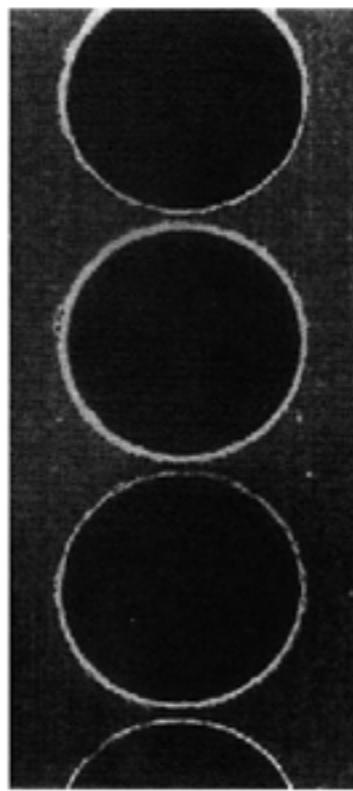
FIG. 1. Schematic display of the experimental setup, where  $r_0$  is the distance from the source to the fiber (40 m) and  $r_1$  is the distance from the fiber to the high-resolution film (from 20 to 200 cm).

фокусировка

размер источника 160 мкм

расстояние 40 м

ВМ-5



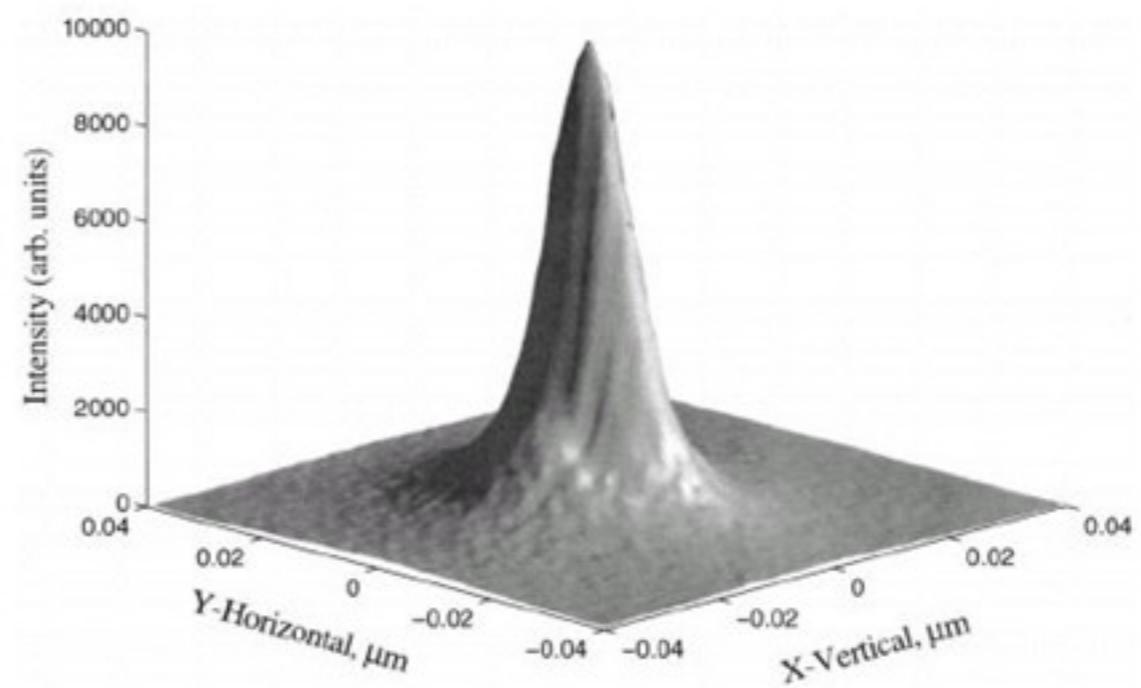
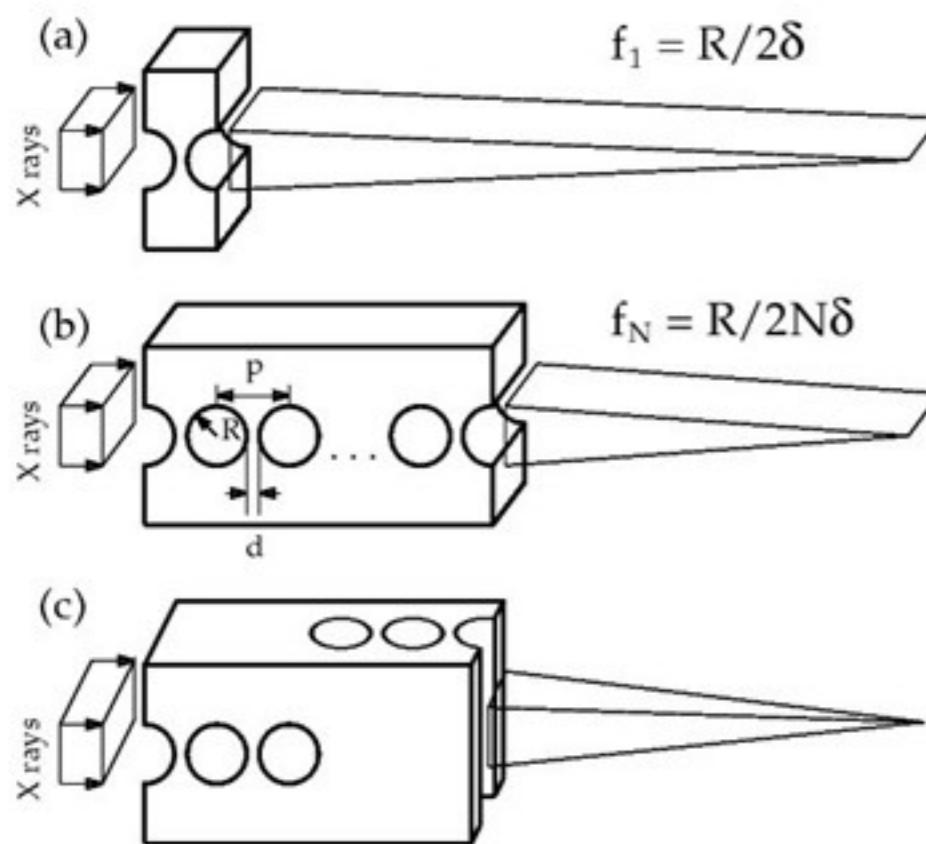
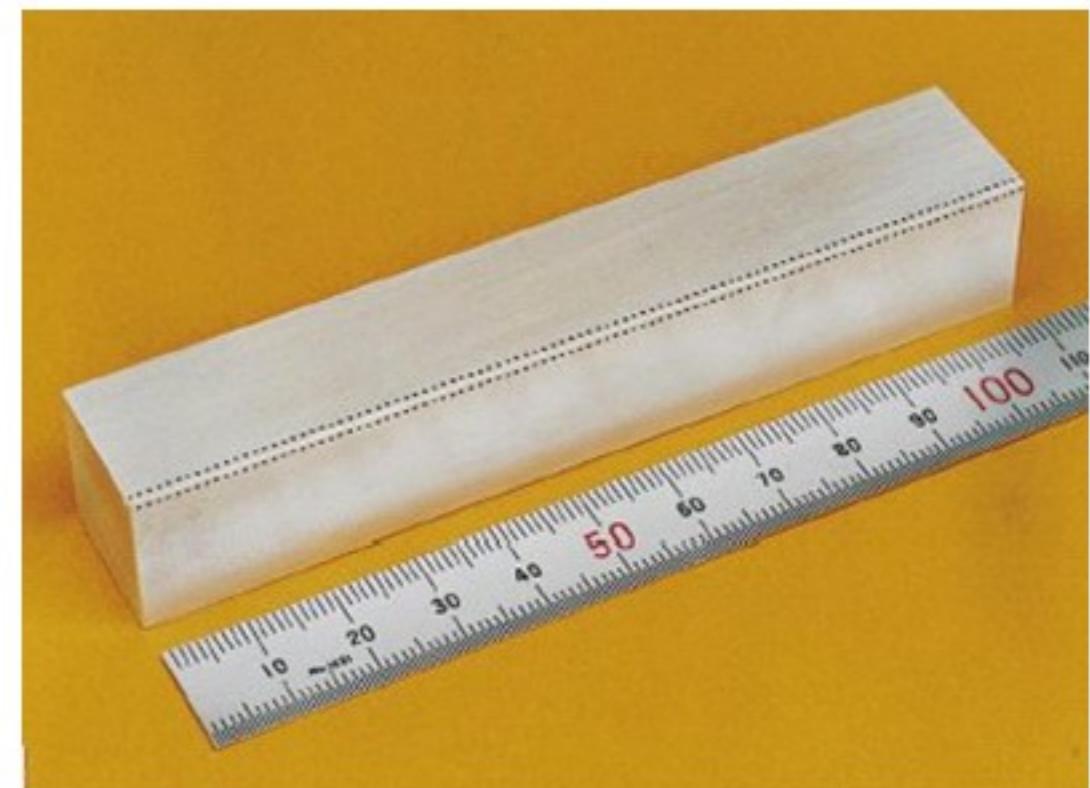
Al, 30 штук,  $D = 600$  мкм,  $d = 25$  мкм,  $E = 14$  кэв,  $z_1 = 1.8$  м.

1998, Applied Optics, v.37, p.653

A. Snigirev, V. Kohn, I. Snigireva,

A. Souvorov, B. Lengeler

200 holes of  $500\text{ }\mu\text{m}$  diameter in Al  
in **cross geometry** (spacing  $50\text{ }\mu\text{m}$ ,  
length 11 cm) show 2D image of source  
with FWHM  $\approx 8\text{ }\mu\text{m} \times 18\text{ }\mu\text{m}$  (V  $\times$  H)  
ESRF, BM5, E = 30 kev,  $r_d = 2.2\text{ m}$



# Microcapillary X-ray lens

Yu. I. Dudchik, N. N. Kolchevsky, et al.

Nucl. Instr. Meth. A, 1999, v.421, p.361

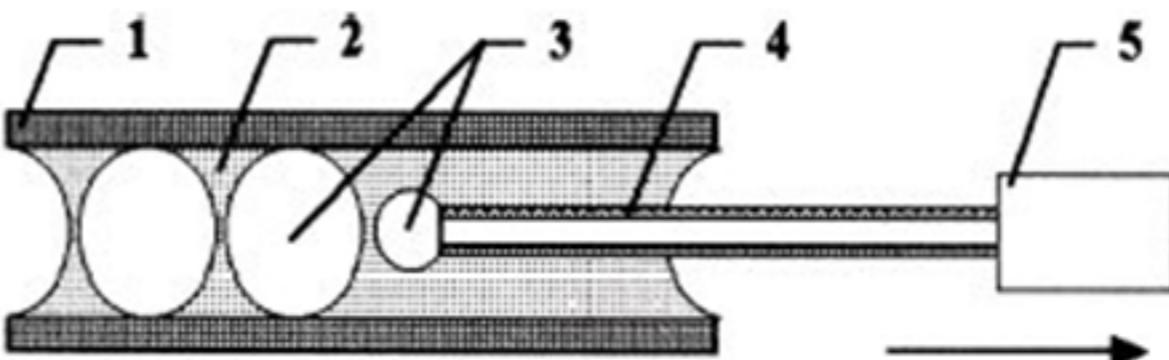
Rev. Sci. Instr., 1999, v.70, p.4161

Nucl. Instr. Meth. A, 2000, v.454, p.512

Proc. SPIE, 2001, v.4145, p.235

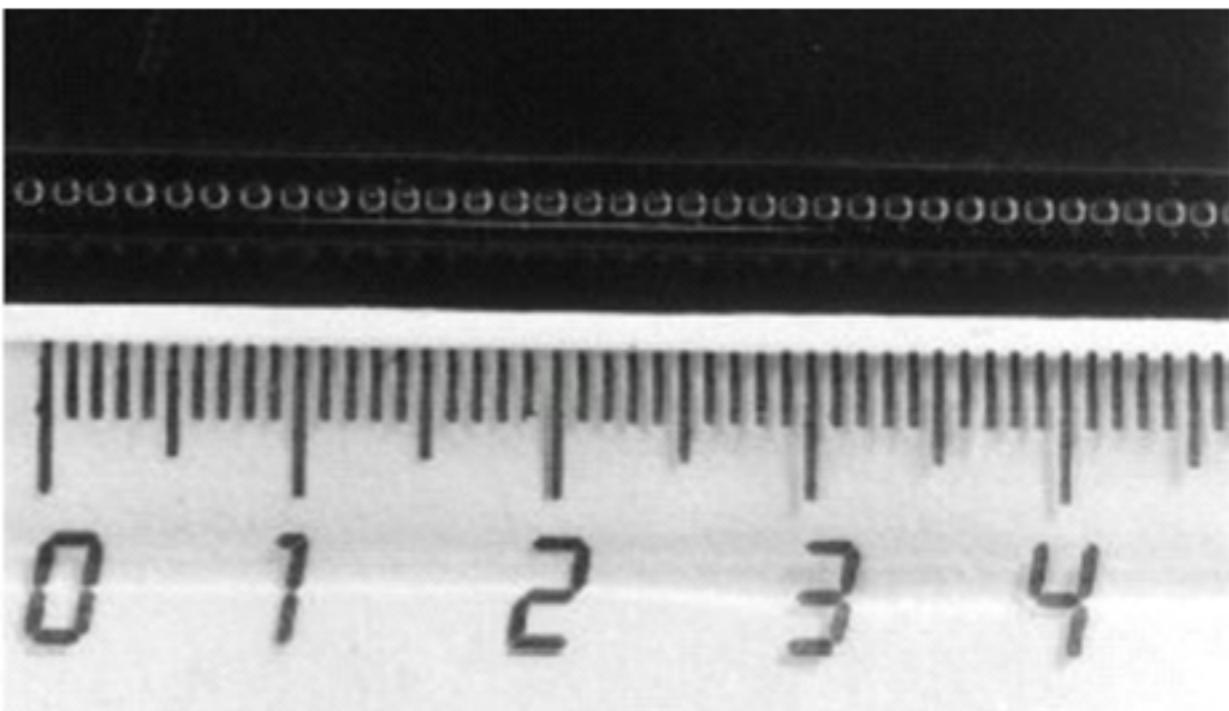
Air bubbles in epoxy glue  
inside the glass capillary.  
Capillary diameter  $\approx$  0.8 ; 0.4 mm  
Design and Ray tracing

- 1 - glass capillary,
- 2 - epoxy glue or glycerine,
- 3 - air bubbles,
- 4 - long injector needle,
- 5 - compressed air



Visible light microscope image  
of the microcapillary x-ray lens,  
The diameter of the capillary  
is 0.8 mm

Experiment at Spring-8 shows  
significant aberrations.

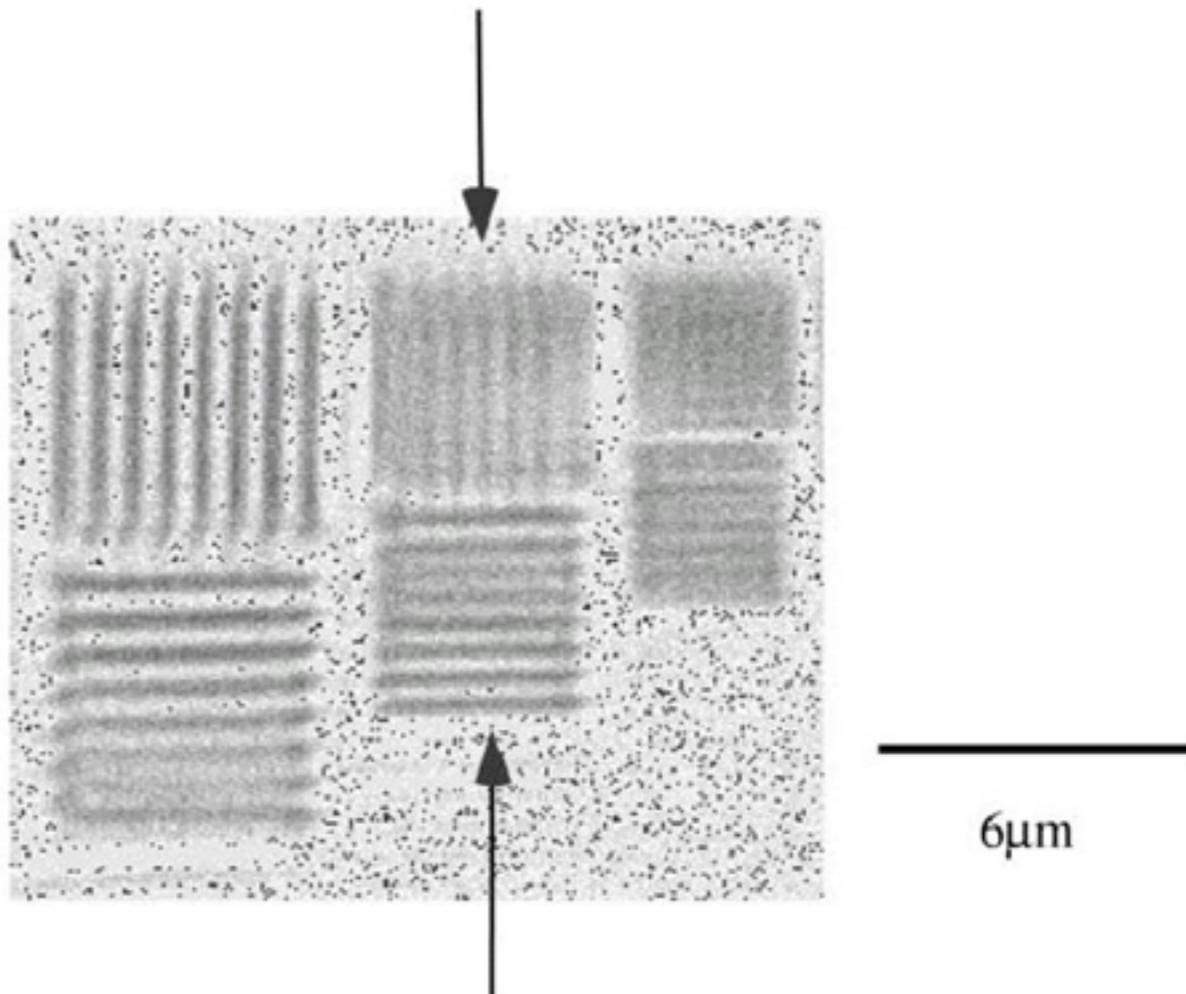


# Microcapillary X-ray lens

Y. Kohmura, K. Okada, T. Ishikawa, et al.  
Nucl. Instr. Meth. A, 2001, 467-468, p.881

Recent experiment  
shows a good resolution

Experiment at Spring-8  
Lens of 185 air bubbles  
 $E = 18 \text{ keV}$ ,  $F = 0.48 \text{ m}$ ,  $M = 10$   
Test sample of Tantalum  
stripe pattern, thickness  $0.5 \mu\text{m}$ ,  
line  $0.4 \mu\text{m}$ , space  $0.4 \mu\text{m}$   
(arrows) →  
transmissivity of ~ 94%  
Source - BL47XU undulator  
Detector - fluorescence screen  
and CCD ( $6 \mu\text{m}$  pixel)  
Exposure time - 20 ms



# Alligator x-ray lens with variable focal length

B. Cederstrom, M. Danielsson, M. Lundqvist, et al.

Nature, 2000, v. 404, p.951

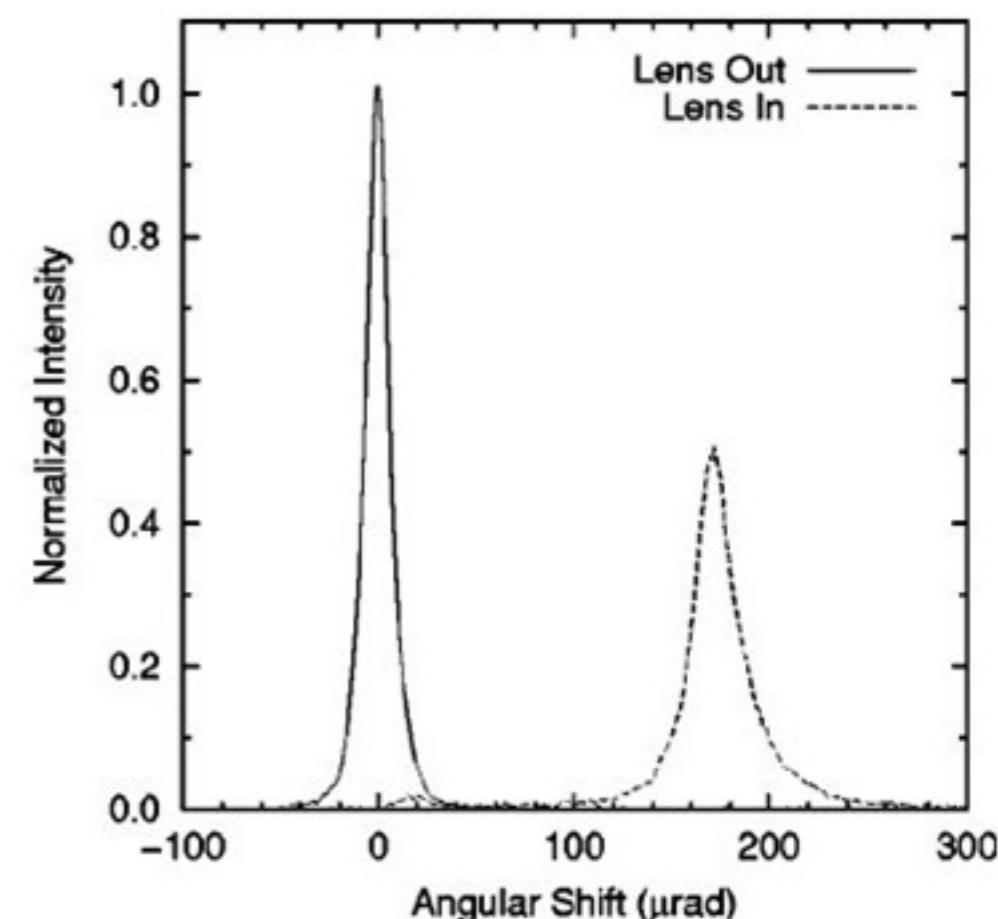
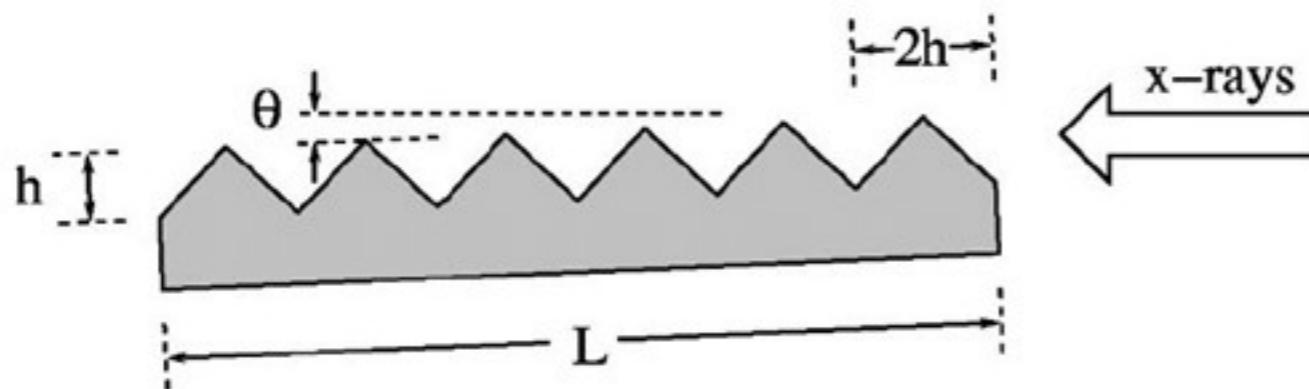
Proc. SPIE, 2001, v.4145, p.294 (Be)

D. A. Arms, E. M. Dufresne, N. R. Pereira, et al.

Rev. Sci. Instrum., 2002, v.73, p.1492 (Li)

Focusing is not good.

The deflection of 10 keV narrow beam (slit) shows 3-d harmonic of 30 keV  
 $\Delta\theta \approx 2N\delta$   $h = 0.5$  mm



# Planar parabolic refractive lenses made from Silicon

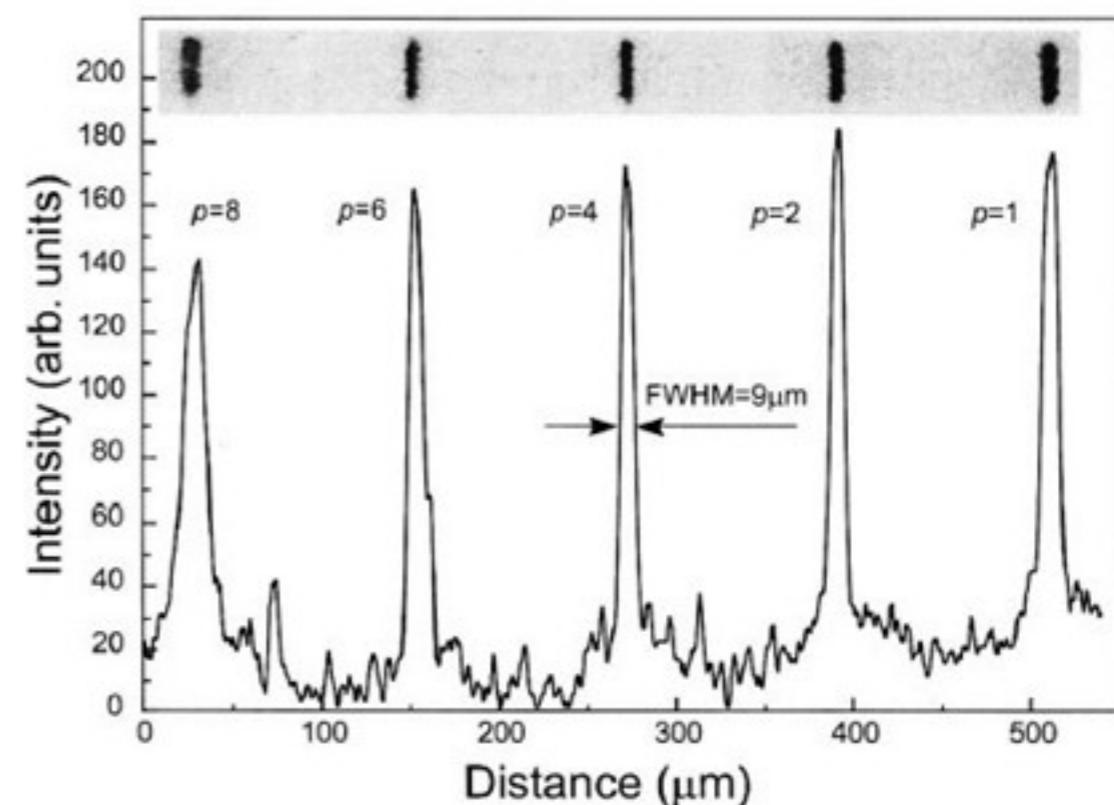
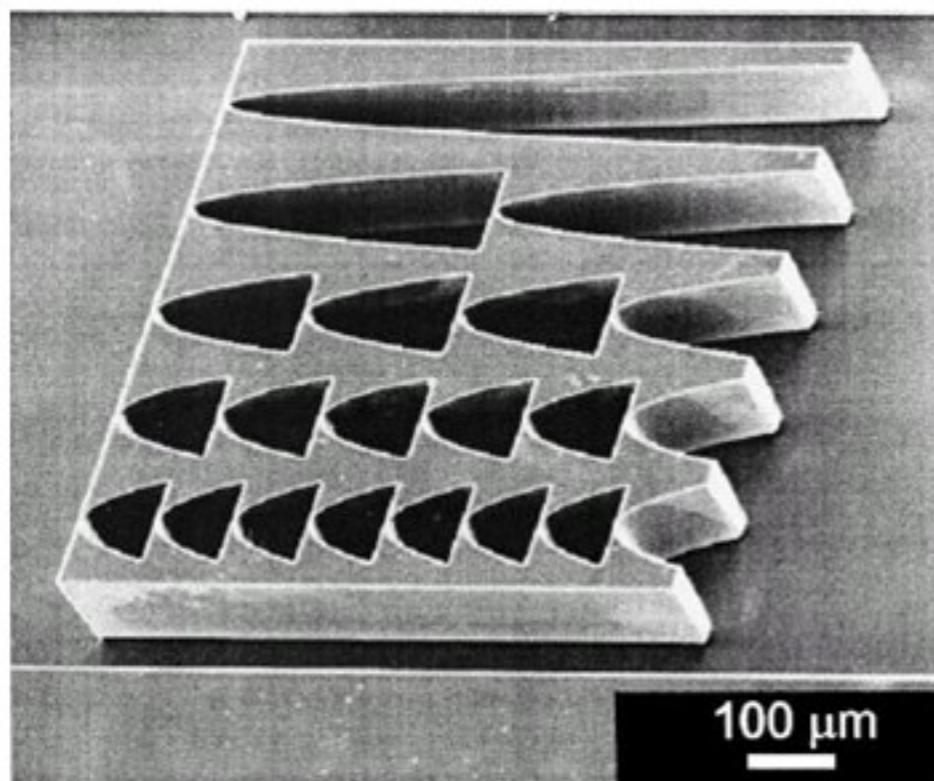
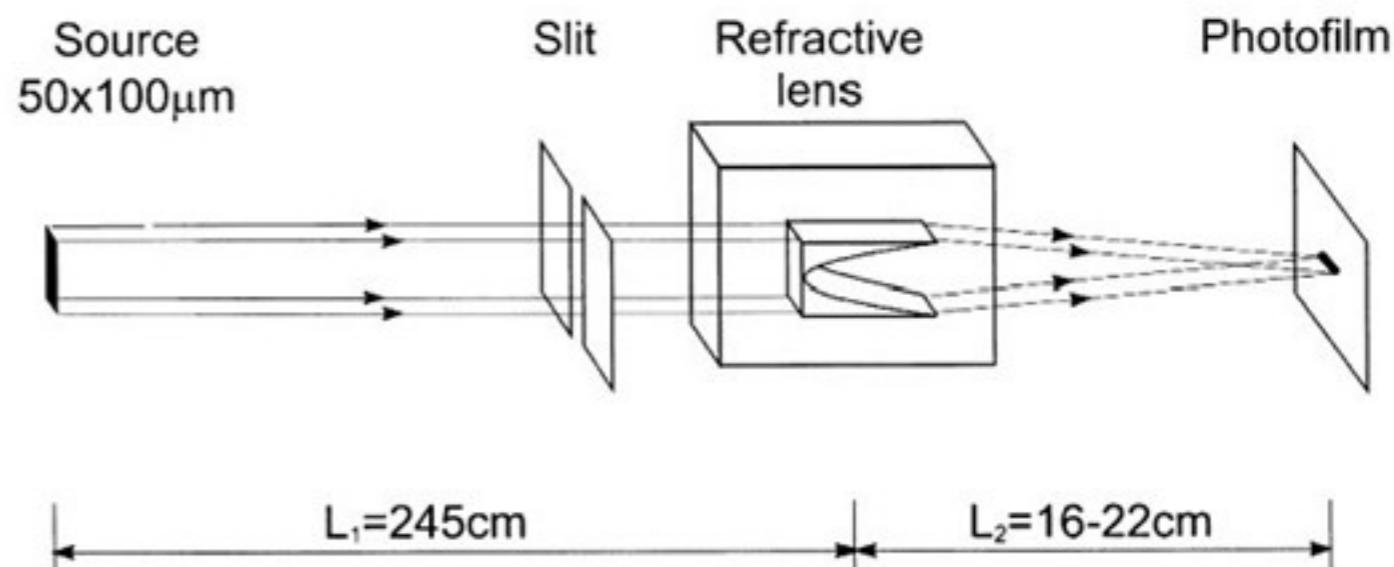
V.V. Aristov, M.V. Grigoriev, S.M. Kuznetsov, et al.

Opt. Comm., 2000, v.177, p.33

Appl. Phys. Lett., 2000, v.77, p.4058

Proc. SPIE, 2001, v.4145, p.285

PPRL can work with laboratory source. However, the aperture is small  $\sim 100 \mu\text{m}$ .



# Parabolic compound refractive lenses made from Aluminium

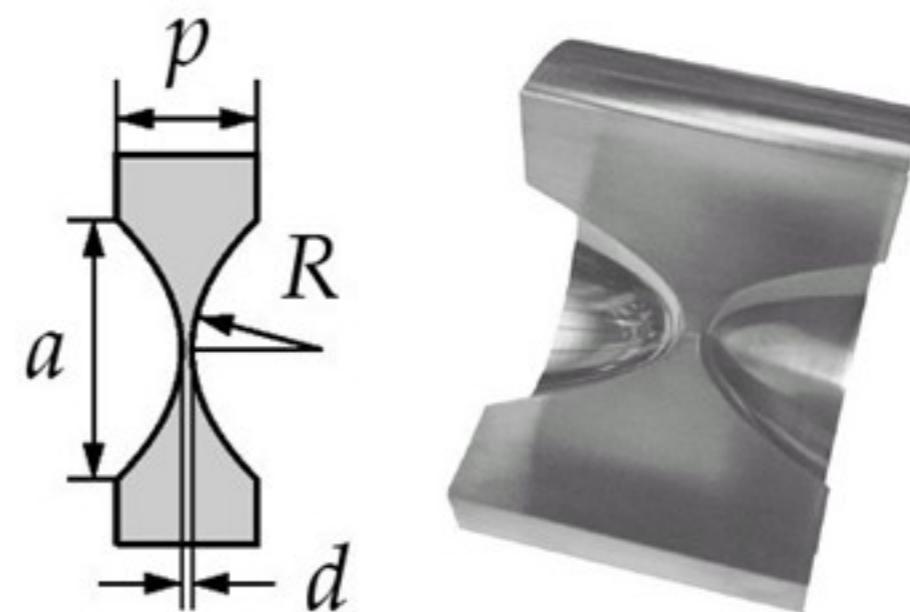
B. Lengeler, C. G. Schroer, A. Snigirev, et al.

Appl. Phys. Lett., 1999, v.74, p.3924

J. Synchr. Rad., 1999, v.6, p.1153

- - - many other - - -

J. Synchr. Rad., 2002, v.9, p.119

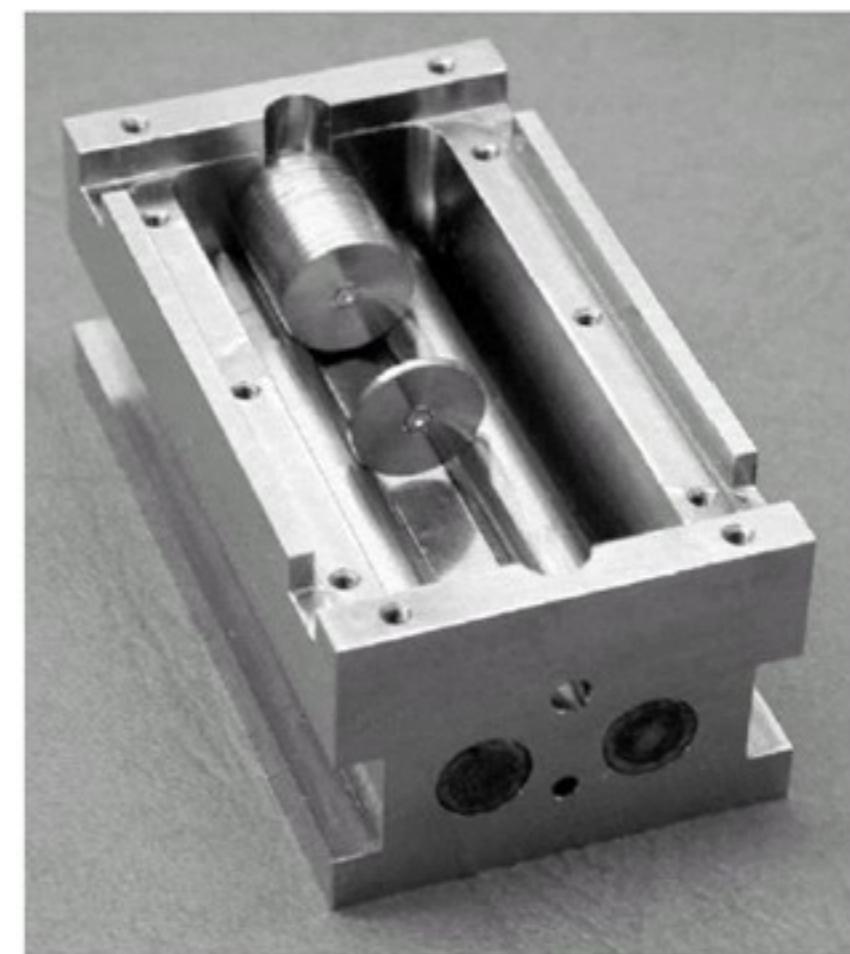
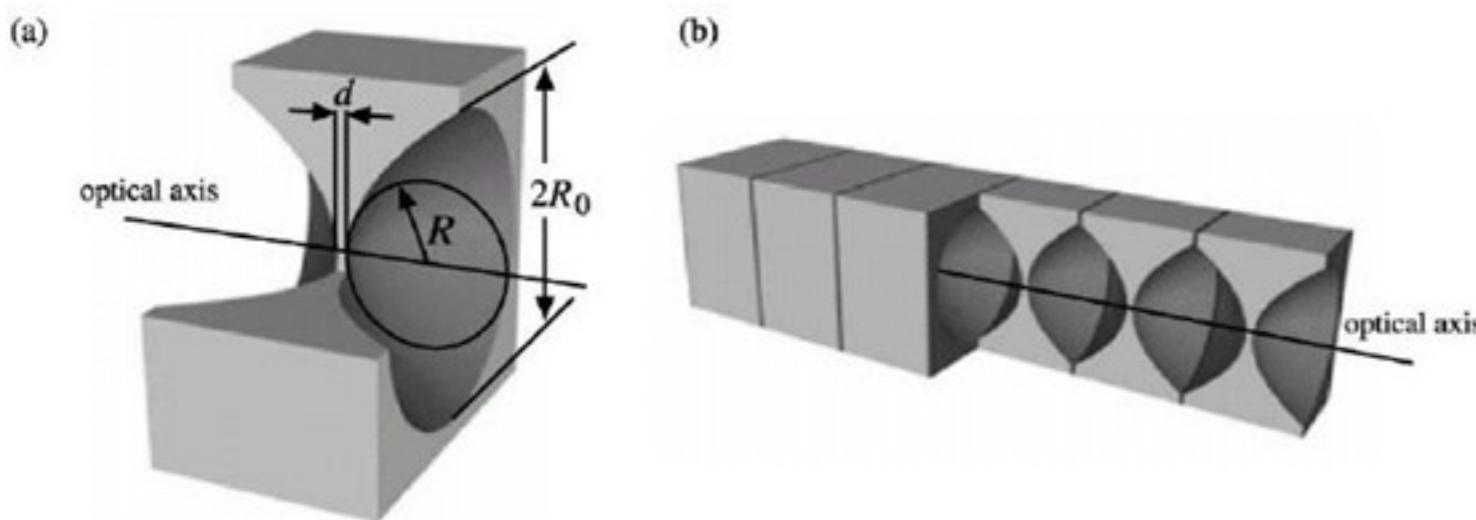


Parameters of element :

$$R = 0.2 \text{ mm}, \quad d = 0.01 \text{ mm}$$

$$p = 1 \text{ mm}, \quad a = 1 \text{ mm}$$

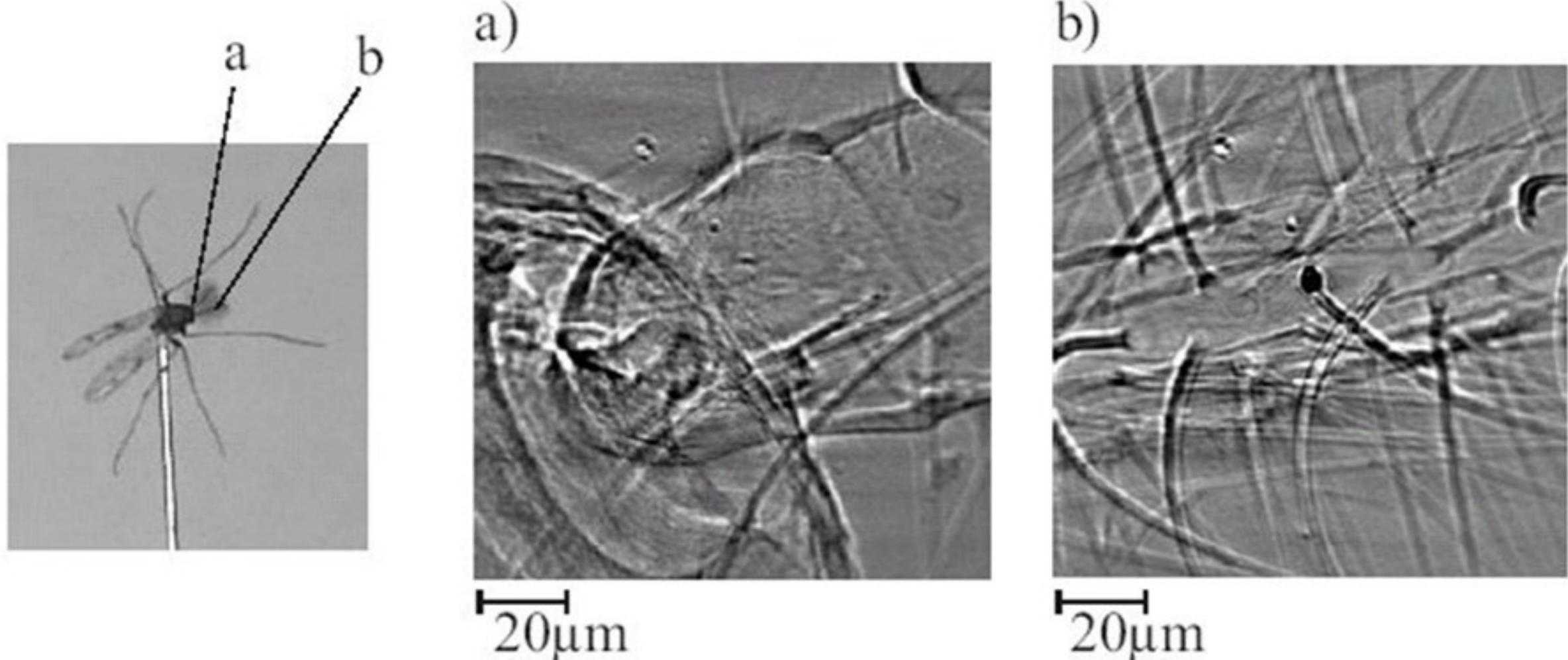
Such lens is a good imaging tool.



## Imaging with the Lengeler's lens, example 1

from "X-Ray Microscopy" : Proc. 6-th Intern. Conf.,  
AIP Conf. Proc., 2000, v.507, p.340

X-ray micrograph of an insect,  $E = 23.5 \text{ keV}$ ,  $M = 12$   
 $N = 62$ ,  $F = 1.65 \text{ m}$ ,  $L_1 = 1.79 \text{ m}$ ,  $L_2 = 21.44 \text{ m}$  (slight defocusing)



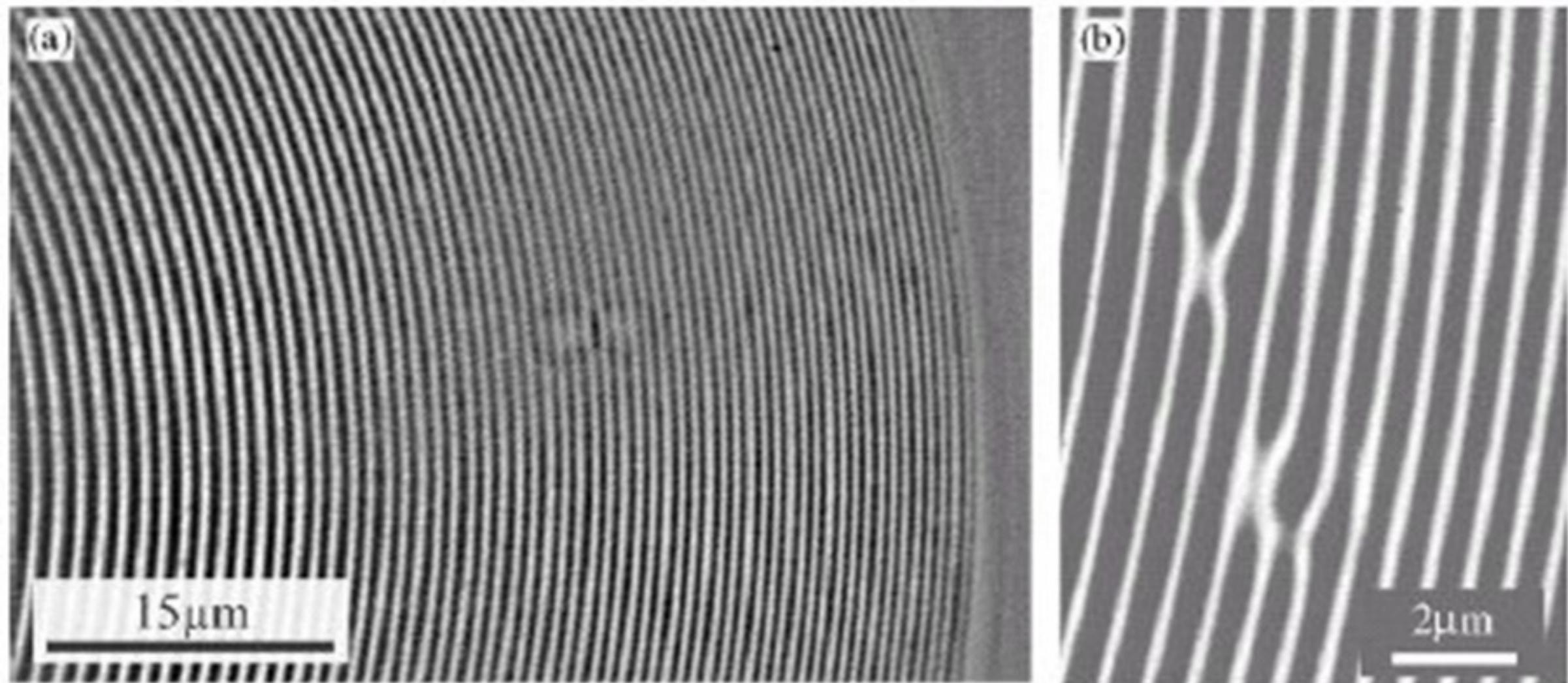
## Imaging with the Lengeler's lens, example 2

from Nucl. Instr. Meth. A, 2001, v.467- 468, p.966

FZP of 200  $\mu\text{m}$  diameter, 169 zones (IESS, Italy)

$E = 23.5 \text{ keV}$ ,  $M = 12$ ,  $N = 62$ ,  
 $F = 1.65 \text{ m}$ ,  $L_1 = 1.79 \text{ m}$ ,  $L_2 = 21.44 \text{ m}$

$E = 14.4 \text{ keV}$ ,  $M = 24$ ,  
 $N = 50$ ,  $F = 0.718 \text{ m}$ ,  
 $L_1 = 0.748 \text{ m}$ ,  $L_2 = 18 \text{ m}$



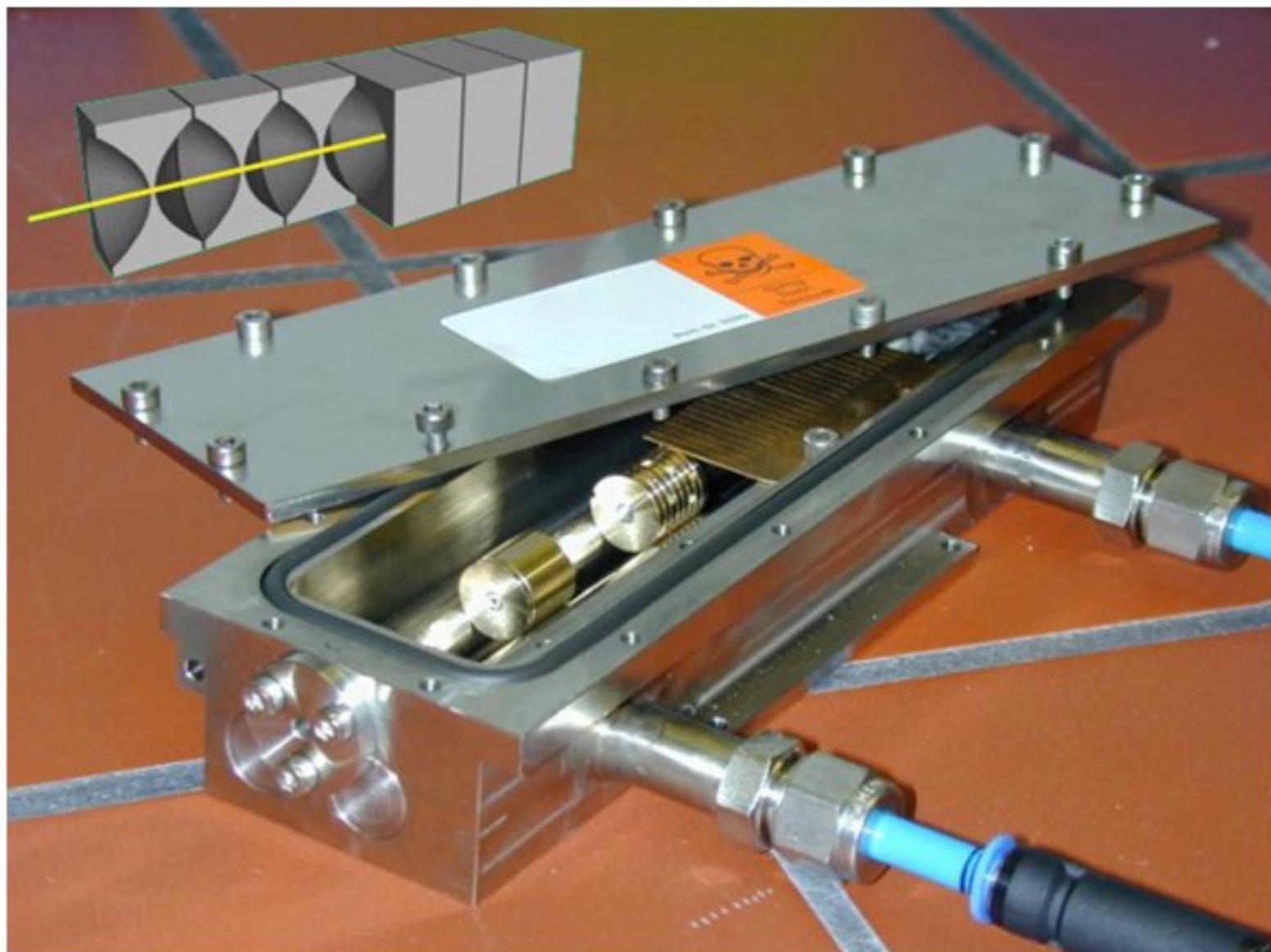
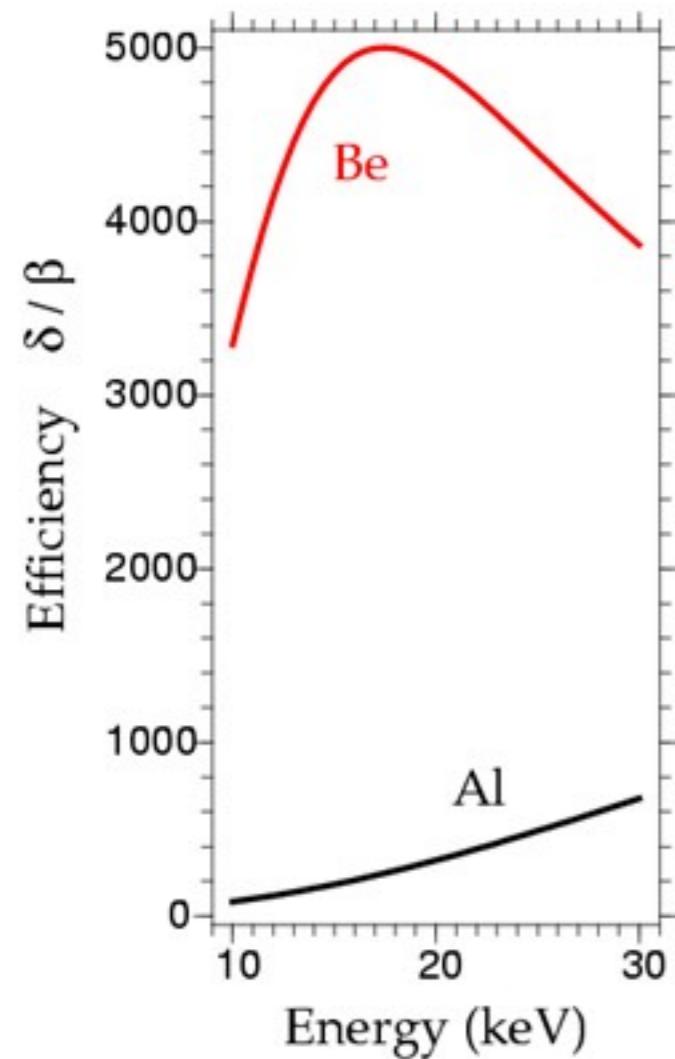
# Parabolic compound refractive lenses made from Berillium

B. Lengeler, C. G. Schroer, A. Snigirev, et al.

Proc. SPIE, 2002, 4783, p.10-18 (<http://www.xray-lens.de>)

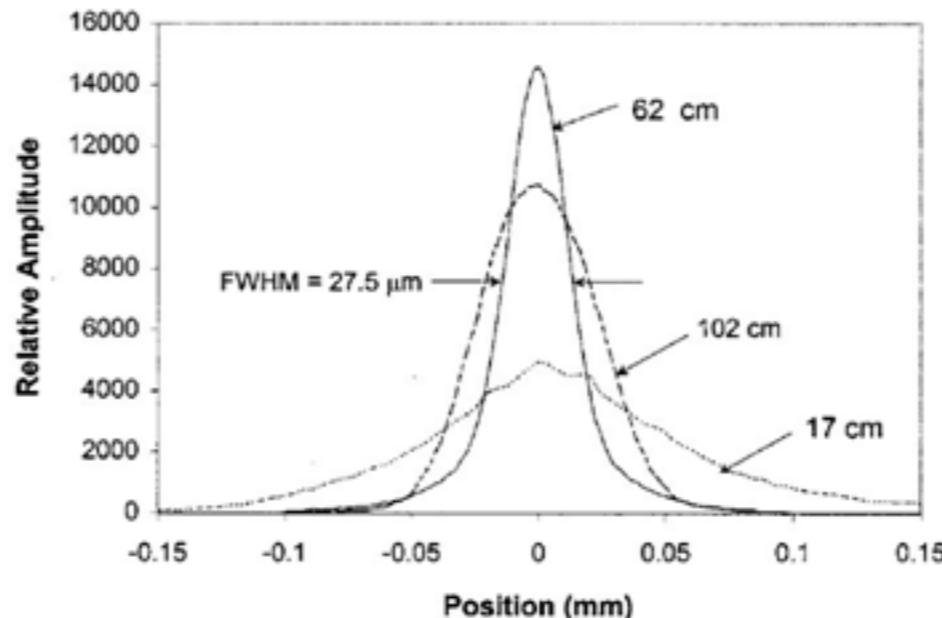
H. R. Beguiristain, J. T. Cremer, M. A. Piestrup, et al.

Opt. Lett. 2002, 27, N.9, p. 778-780



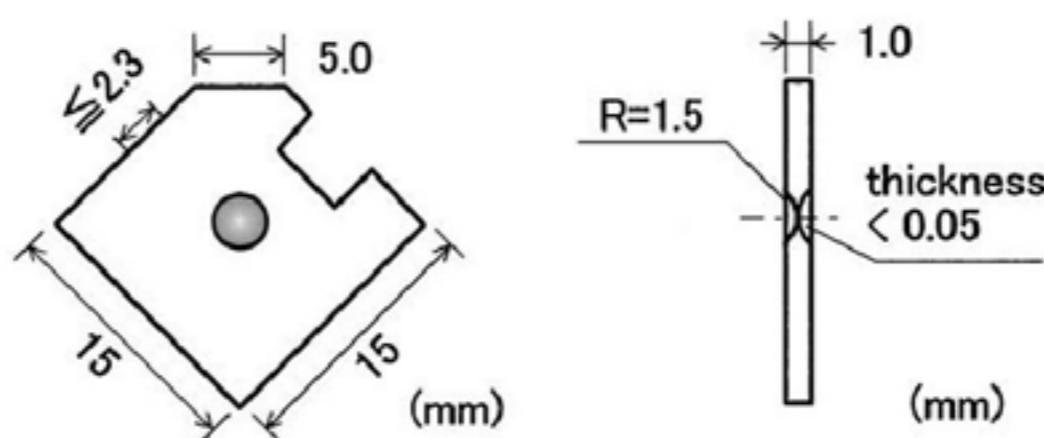
# Quasi-parabolic compound lenses made of plastic

M.A. Piestrup, J.T. Cremer,  
H.R. Beguiristain, et al.  
Rev. Sci. Instrum., 2000,  
v.71, p.4375



Stanford SRL  
V-size from  
440 to 27.5  $\mu\text{m}$   
Distance is smaller  
than focal distance

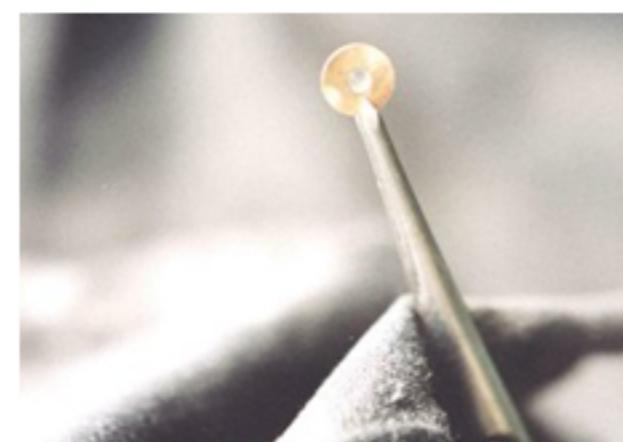
Y. Ohishi, A.Q.R. Baron,  
T. Ishikawa, et al.  
Nucl. Instr. Meth. A, 2001,  
v.467-468, p.962



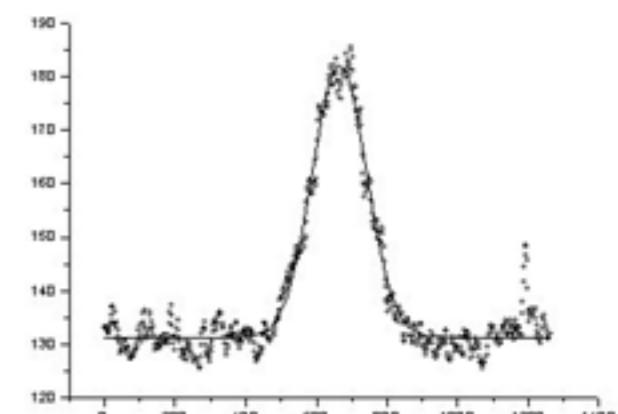
reduce beam size  
for high-pressure  
experiments  
gain = 12  
spot size = 100  $\mu\text{m}$

А. Н. Артемьев, К. Г. Потловский,  
В. Г. Кон, В. В. Квардаков, et al.

Препринт РНЦ "Курчатовский Институт",  
ИАЭ-6524/14, 2002

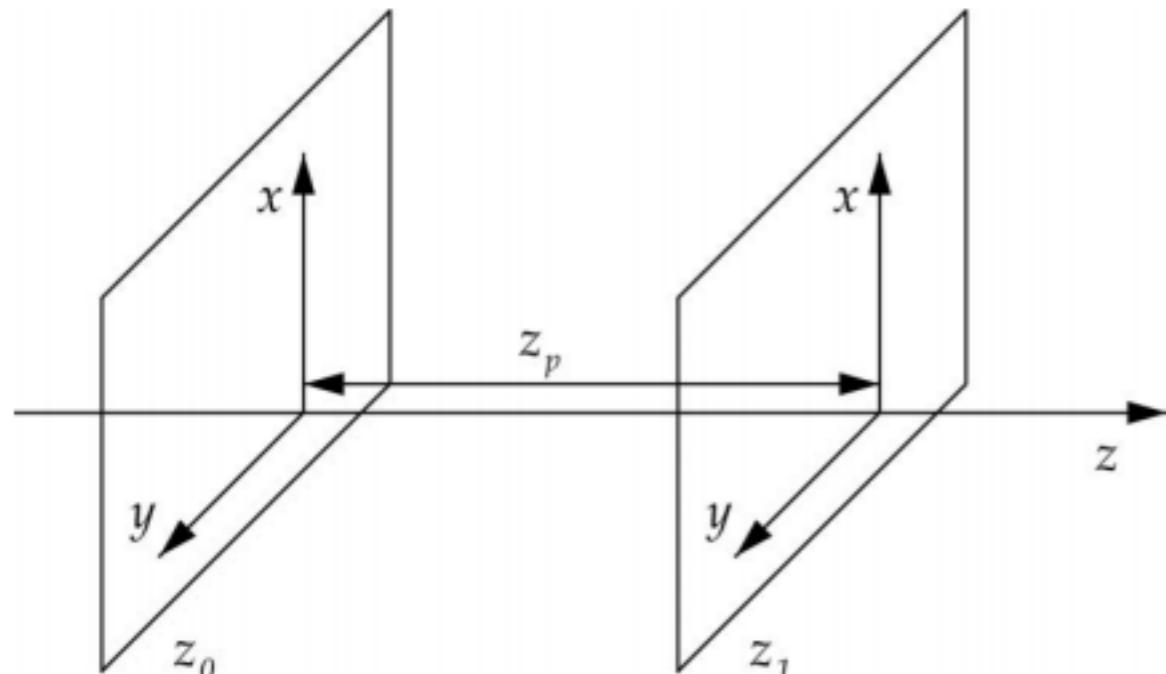


V-size = 76  $\mu\text{m}$



# Теоретические методы симулирования эксперимента

из статьи: V. G. Kohn, "Focusing femtosecond X-ray free-electron laser pulses by refractive lenses", J. Synchr. Rad. 2012, 19, N.1, 84-92



$$E(x, y, z_1, t) = \int \frac{d\omega dk_1 dk_2}{(2\pi)^3} E(k_1, k_2, z_0, \omega) \times \exp(-i\omega t + ik_1 x + ik_2 y + ik_3 z_p), \quad (2)$$

where

$$E(k_1, k_2, z_0, \omega) = \int dt dx dy E(x, y, z_0, t) \times \exp(i\omega t - ik_1 x - ik_2 y). \quad (3)$$

Expression (2) has one free parameter,  $k_3$ , and coincides with the boundary condition at  $z_p = 0$ .

Substituting (2) into (1) we find the free parameter

$$k_3 = \left( \frac{\omega^2}{c^2} - k_1^2 - k_2^2 \right)^{1/2}. \quad (4)$$

$$\left( \Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) E(\mathbf{r}, t) = 0, \quad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2},$$

We take into account that for XFEL radiation the function  $E(k_1, k_2, z_0, \omega)$ , as a function of  $\omega$ , is localized around a very large frequency  $\omega_0$  which corresponds to a photon energy  $\hbar\omega_0$  of about 12 keV. On the other hand, possible values of  $k_1$  and  $k_2$  are rather small compared with  $\omega_0/c$ . Therefore we can apply a paraxial approximation with very good accuracy,

$$k_3 = \frac{\omega}{c} - \frac{c}{2\omega} (k_1^2 + k_2^2). \quad (5)$$

## продолжение

$$E(\mathbf{r}, t) = \int \frac{d\omega}{2\pi} \exp(-i\omega t) E(\mathbf{r}, \omega), \quad (6)$$

where

$$\begin{aligned} E(x, y, z_1, \omega) = & \exp(i\omega z_p/c) \int dx' dy' E(x', y', z_0, \omega) \\ & \times P_\omega(x - x', z_p) P_\omega(y - y', z_p). \end{aligned} \quad (7)$$

Here we introduce the partial Kirchhoff propagator for the monochromatic wave,

$$P_\omega(x, z) = (i\lambda z)^{-1/2} \exp(i\pi x^2/\lambda z), \quad \lambda = 2\pi c/\omega. \quad (8)$$

The formula (7) is well known in monochromatic theory. In our derivation it was obtained from a property of the Fourier transformation that the product of two functions in  $k$ -space corresponds to the convolution of these functions in  $x$ -space. The Kirchhoff propagator in  $k$ -space has the form

$$P_\omega(k, z) = \exp\left(-i\frac{cz}{2\omega} k^2\right). \quad (9)$$

Thus, we arrive at the conclusion that the propagation of a time-dependent pulse along the optical axis can be successfully calculated in terms of monochromatic waves for which the methods of calculation are well developed. Then the time dependence of the field can be obtained by means of Fourier transformation (6).

реально программа работает так

для заданной частоты  $\omega$

◆ имеем  $E_0(x, y)$  на сетке точек с числом точек  $N_{1,2} = 2^n$  в 2D случае  $N = 2048$  максимум в 1D случае  $N = 131072$  реально

◆ вычисляем  $E_0(k_1, k_2)$  используя процедуру FFT  
(Fast Fourier transformation)

◆ умножаем на  $P(k_1, z_p)P(k_2, z_p)$   
◆ вычисляем  $E_1(x_1, x_2)$  используя обратное FFT

## 2.2. Transmission of an XFEL coherent wave through an object

$$\left( \Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) E(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int dt' \chi(\mathbf{r}, t-t') E(\mathbf{r}, t').$$

$$E(\mathbf{r}, t) = \int \frac{d\omega}{2\pi} \exp(-i\omega t + i\omega z/c) A(\mathbf{r}, \omega),$$

$$\frac{\partial}{\partial z} A(\mathbf{r}, \omega) = i(\omega/2c) \chi(\mathbf{r}, \omega) A(\mathbf{r}, \omega)$$

$$A(x, y, z_1, \omega) = T_O(x, y, \omega) A(x, y, z_0, \omega)$$

where  $z_1 = z_0 + L$ , and

$$T_O(x, y, \omega) = \exp \left[ i(\omega/2c) \int_{z_0}^{z_1} dz' \chi(x, y, z', \omega) \right].$$

Finally, we have the next formula for the electric field amplitude,

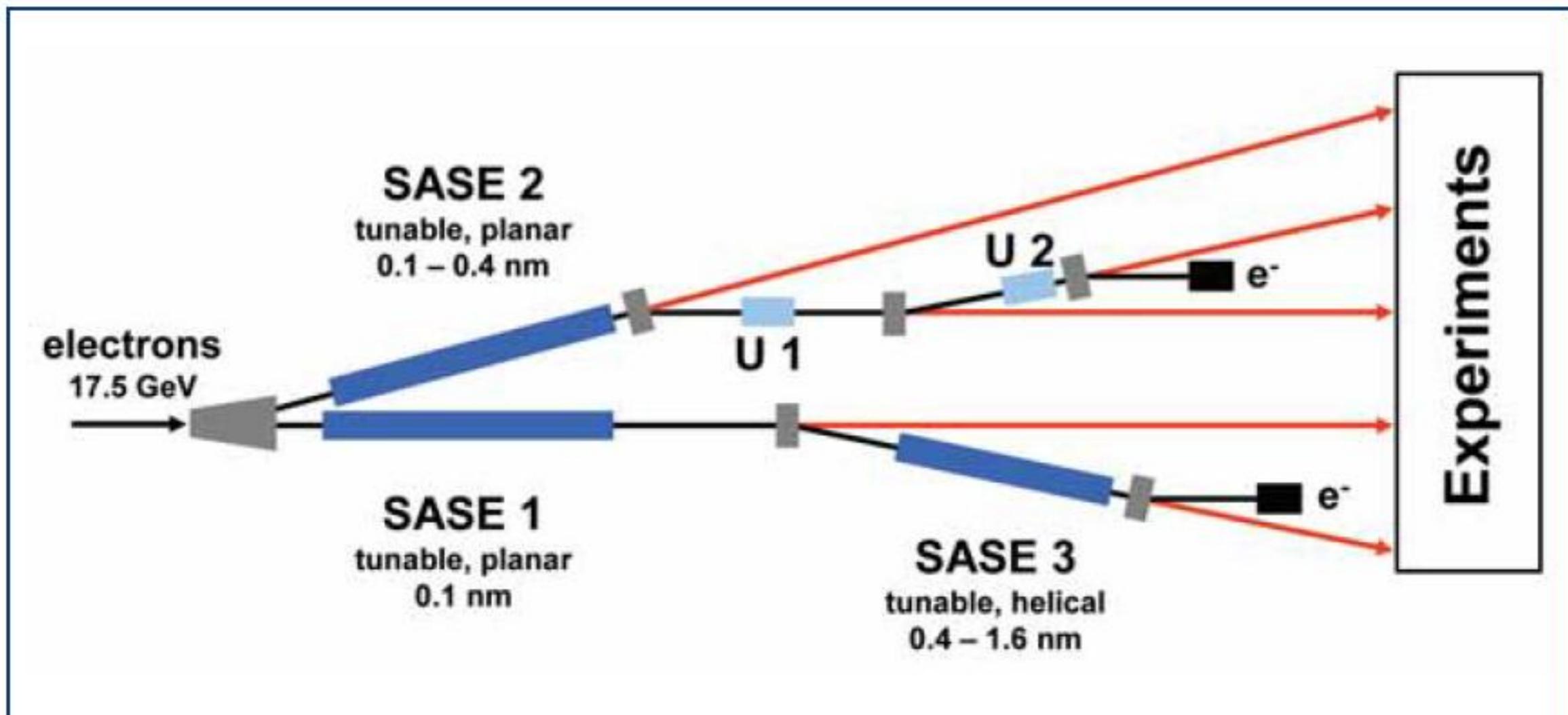
$$E(x, y, z_1, \omega) = \exp[i(\omega/c)L] T_O(x, y, \omega) E(x, y, z_0, \omega).$$



# The European X-Ray Free-Electron Laser

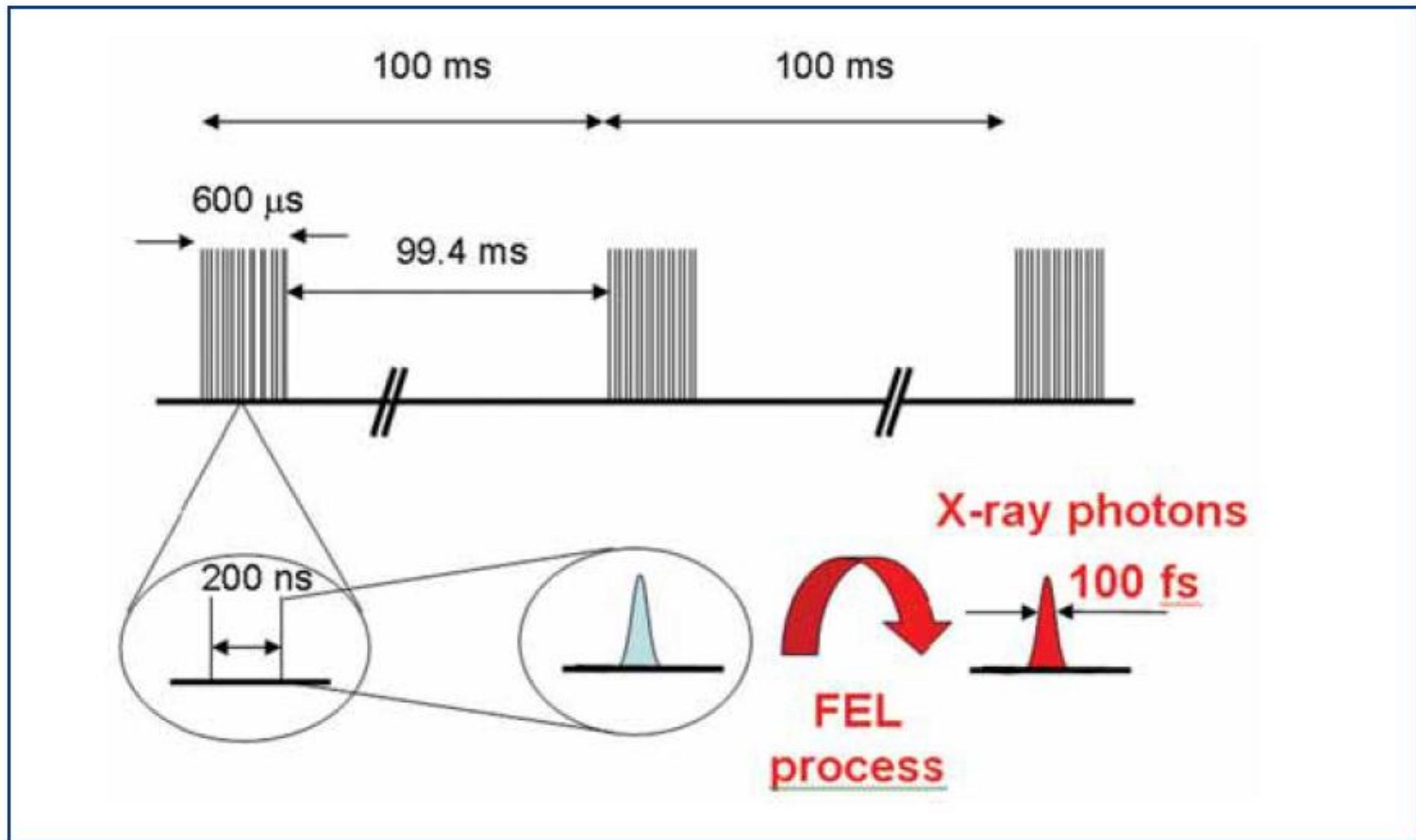
# Technical design report

[http://www.xfel.eu/sites/site\\_xfel-gmbh/content/e63617/e79991/e68669/european-xfel-tdr\\_eng.pdf](http://www.xfel.eu/sites/site_xfel-gmbh/content/e63617/e79991/e68669/european-xfel-tdr_eng.pdf)

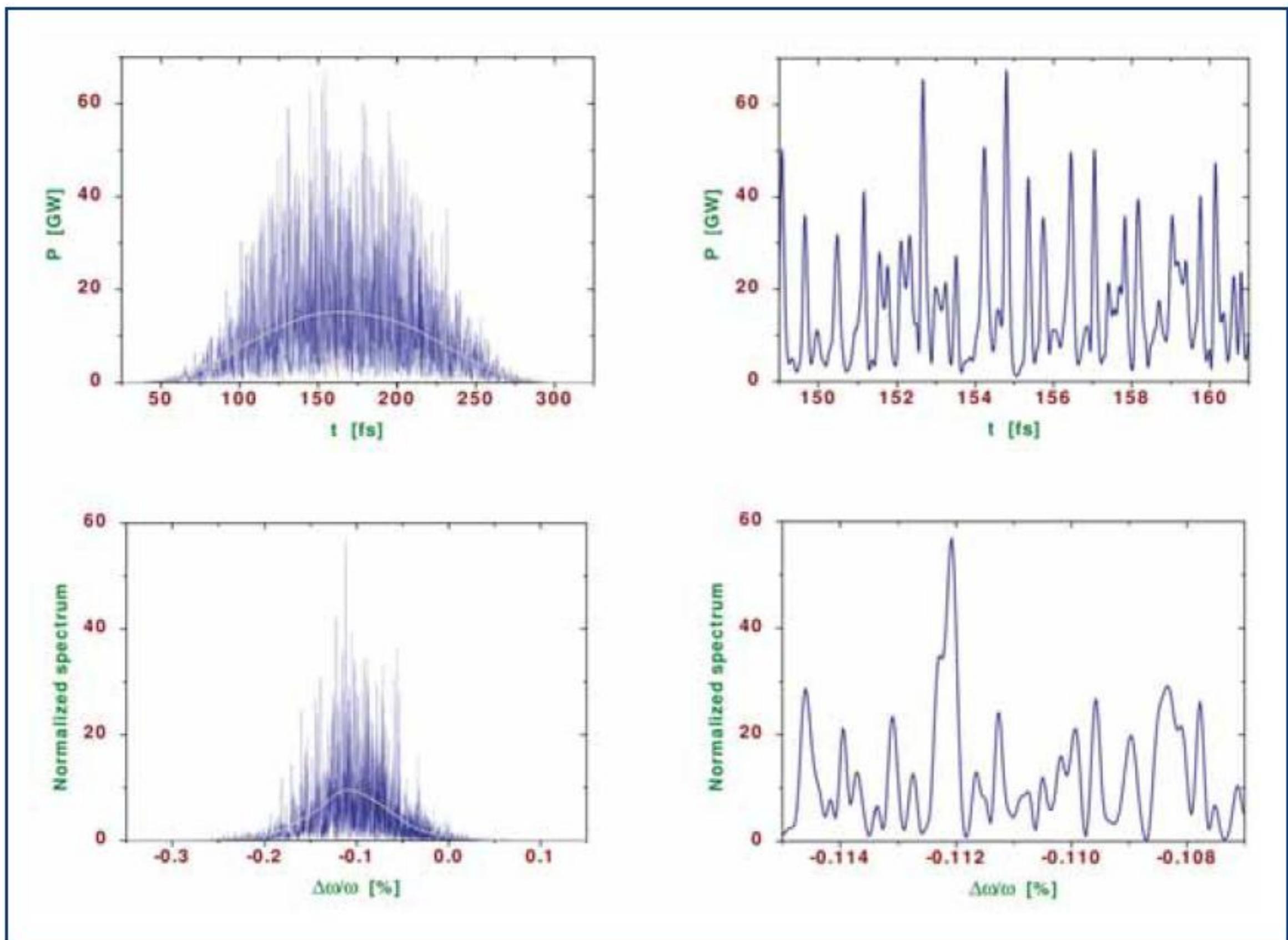


**Figure 4.2** Schematic view of the branching of electron (black) and photon (red) beamlines through the different SASE and spontaneous emission undulators. Electron beamlines terminate in the two beam dumps and photon beamlines in the experimental hall.

	Photon energy [keV]	Polarisation	Tunability	Gap variation
SASE 1	12.4	Linear	No	Yes
SASE 2	3.1 – 12.4	Linear	Yes	Yes
SASE 3	0.8 – 3.1 (0.25 – 1.0)*	Circular/Linear	Yes	Yes
U1, U2	20 – 100	Linear	Yes	Yes



**Figure 6.1.1** Electron bunch time pattern with 10 Hz repetition rate and up to 3,000 bunches in a 0.6 ms long bunch train. The separation of electron bunches within a train is 200 ns for full loading. The duration of electron bunches is ~200 fs and the non-linear FEL process reduces the duration of the photon pulses to ~100 fs.



**Figure 5.2.4** Temporal (top) and spectral (bottom) structure for 12.4 keV XFEL radiation from SASE 1. Smooth lines indicate averaged profiles. Right side plots show enlarged view of the left plots. The magnetic undulator length is 130 m.

Time dependence can be calculated  
by means of frequency dependence

$$E(x, z, t) = \int \frac{d\omega}{2\pi} \exp(-i\omega t) E(x, z, \omega),$$

Parseval's theorem, that means  
conservation of integral intensity

$$\langle I(x, z) \rangle = \int dt |E(x, z, t)|^2 = \int \frac{d\omega}{2\pi} |E(x, z, \omega)|^2.$$

## Аналитические результаты.

Моделирование падающего пучка (для удобства расчетов).

$$P(x - x_0, z_{0c}), \quad P(x, z) = (i\lambda z)^{-1/2} \exp(i\pi x^2/\lambda z), \quad z_{0c} = z_0 - i\sigma, \quad \sigma = \lambda e_1^2 / \alpha_0^2$$

$\alpha_0$  – угловая расходимость пучка,  $e_1 = (2\ln 2/\pi)^{1/2} = 0.6643$

формула справедлива, если  $\sigma \ll z_0$

## Теорема

Если волновая функция излучения равна

$$E_0(x, x_0) = T(x, a_0) P(x - x_0, b_0) T(x_0, c_0), \quad T(x, a) = \exp(-i\pi x^2/\lambda a)$$

то после прохождения преломляющей линзы с комплексным фокусным расстоянием  $f_c = f/(1 - i\gamma)$ ,  $f = R/2\delta$ ,  $\gamma = \beta/\delta$ , и расстояния в вакууме  $z_p$  волновая функция будет равна

$$E_1(x, x_0) = T(x, a_1) P(x - x_0, b_1) T(x_0, c_1), \quad \text{где}$$

$$a_1 = d(b_1/b_0), \quad b_1 = b_0 + z_p - z_p b_0/d, \quad d = a_0/(1 + a_0/f_c), \quad c_1 = c_0/(1 + z_p c_0/b_1 d)$$

## Общие свойства выражения для интенсивности

$$I(x, z, x_0) = \frac{z_t}{|b|} \exp\left(-\frac{[x - x_m(z)]^2}{2\sigma^2(z)}\right) \exp\left(-\frac{x_0^2}{2\sigma_0^2}\right)$$

$$\sigma(z) = \left(\frac{\lambda}{4\pi(A-B)}\right)^{1/2}, \quad x_m(z) = -Mx_0, \quad M = \frac{B}{A-B}, \quad \sigma_0 = \left(\frac{\lambda}{4\pi(C-AB)}\right)^{1/2}$$

$$A = -\text{Im}(a^{-1}), \quad B = -\text{Im}(b^{-1}), \quad C = -\text{Im}(c^{-1}),$$

полуширина пучка  $w(z) = e_2 \sigma(z)$ ,  $e_2 = (8\ln 2)^{1/2} = 2.355$

интегральная интенсивность не зависит от  $z$

$$S(x_0) = e_3 w(z) I_m(z, x_0), \quad I_m = I(x_m), \quad e_3 = (4\ln 2/\pi)^{-1/2} = 1.0645$$

видно, что  $w(z) \propto |b|$ , в то время как  $I_m(z) \propto |b|^{-1}$

с другой стороны  $b = B_0 + zB_1$ , поэтому

фокусное расстояние  $z_f = -\text{Re}(B_0 B_1^*) / |B_1|^2$

## Применение аналитических результатов: 1 линза

линейное приближение по малому параметру  $\gamma = \beta/\delta$

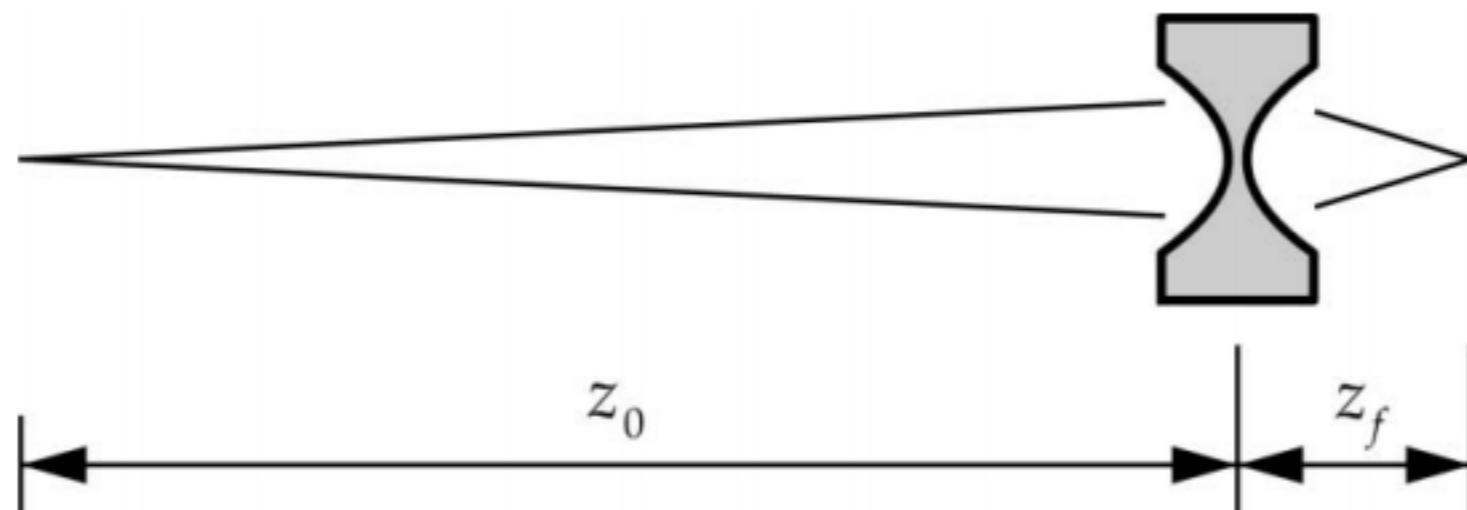
полуширина пучка сразу за линзой

$$w(0) = \frac{A_\gamma}{(1 - B/A)^{1/2}} = A_\gamma \left(1 + \frac{A_\gamma^2}{A_\alpha^2}\right)^{-1/2}, \quad A_\gamma = e_1 \left(\frac{\lambda f}{\gamma}\right)^{1/2}, \quad A_\alpha = z_0 \alpha_0$$

фокусное расстояние  $z_f = f/(1 - f/z_0)$

полуширина пучка в фокусе

$$w(z_f) = w(0) \left| \frac{B(z_f)}{B(0)} \right| = \frac{w(f)}{|1 - f/z_0|} \left(1 + \frac{A_\gamma^2}{A_\alpha^2}\right)^{-1/2}, \quad w(f) = \gamma A_\gamma = e_1^2 \frac{\lambda f}{A_\gamma}$$



## Нанофокусировка. Принципиальное ограничение.

Пусть для простоты  $z_0 = \infty$  Плоская волна

Фиксируем ширину пучка, какую мы хотим получить  $w$ . Тогда нам понадобится линза с радиусом кривизны  $R = (w^2/e_1^2)(2\delta/\lambda\gamma)$

При уменьшении ширины пучка радиус кривизны придется уменьшать еще быстрее, квадратично.

Линза имеет длину  $L$ , которая не может быть больше фокусного расстояния  $f$ , пусть  $L = f$ . Тогда геометрическая апертура линзы  $A = 2(RL)^{1/2} = 2R(2\delta)^{-1/2}$ .

Эффективная апертура линзы равна  $A_\gamma = w/\gamma$

Из условия  $A_\gamma < A/2$  получаем  $w > w_c = 2e_1^2 \lambda (8\delta)^{-1/2} = 1.3 \lambda (8\delta)^{-1/2}$ .

Bergemann et al., Phys. Rev. Lett., 2003, 91, 204801  $w_c = \lambda (8\delta)^{-1/2}$  рассматривали капилляр, полное внешнее отражение, но вывод сделали общий для всех процессов фокусировки

Schroer, Lengeler, Phys. Rev. Lett., 2005, 94, 054802

рассмотрели составную адиабатическую линзу, которая снимает ограничение, но их работа до сих пор не имеет развития, нет ни повторения, ни опровержения.

Более простой выглядит система из двух линз

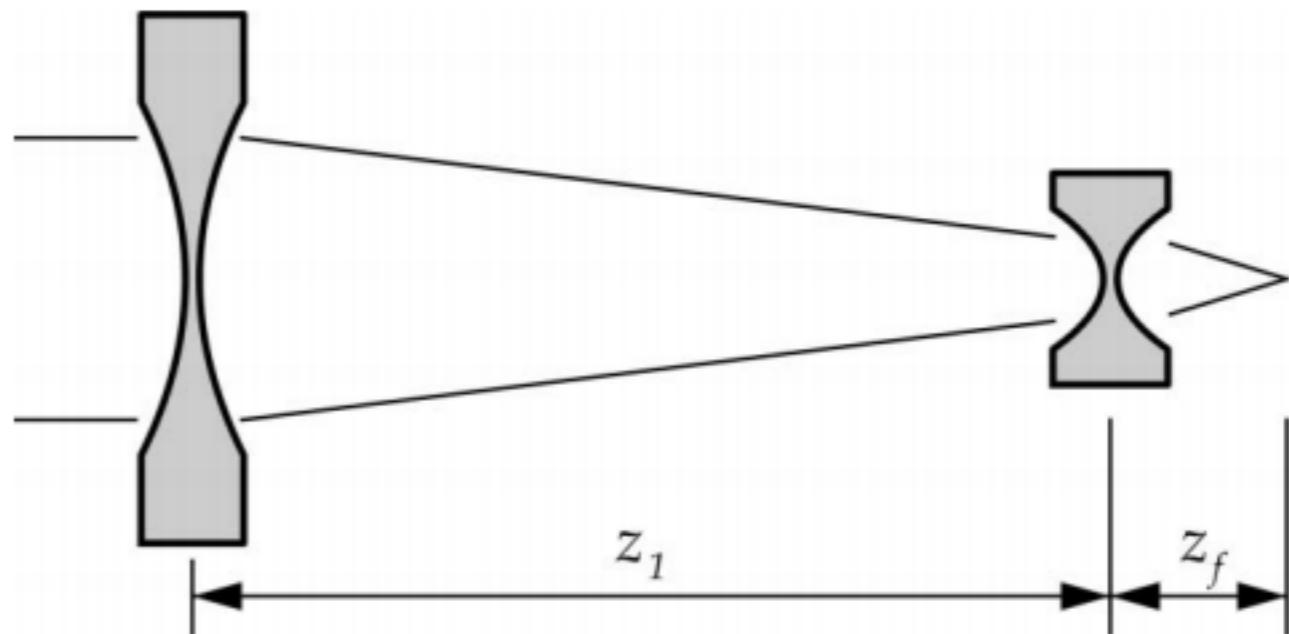
## Применение аналитических результатов: 2 линзы

Для упрощения  $z_0 = \infty$ , то есть  
Плоская волна на первую линзу.

Цель: понять как линза может  
сфокусировать сходящийся пучок.

Даны результаты без вывода

$$\frac{1}{z_f} = \frac{1}{f_1 - z_1} + \frac{1}{f_2}$$



ширина пучка в фокусе

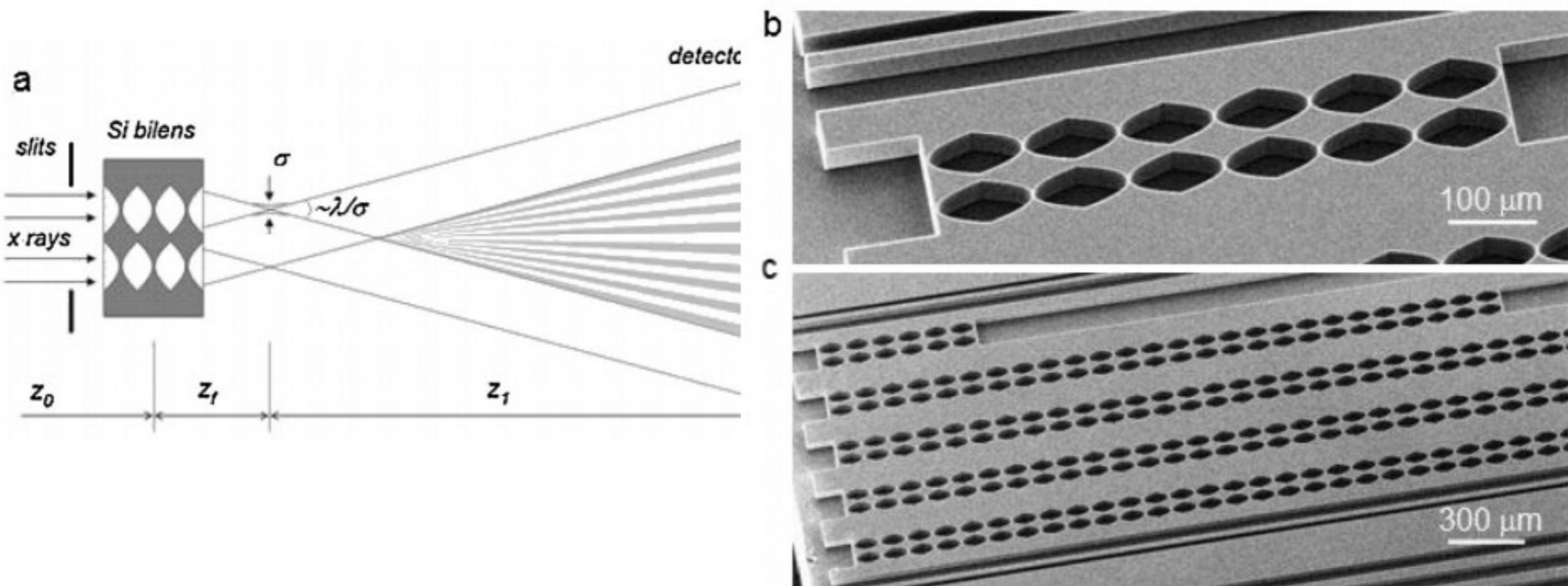
$$w(z_f) = w_2(f_2) \frac{(p+h^2)^{1/2}}{|p+h|}, \quad w_2(f_2) = e_1 (\lambda f_2 \gamma)^{1/2}, \quad p = \frac{f_2}{f_1}, \quad h = 1 - \frac{z_1}{f_1}$$

$$\text{относительная интенсивность в фокусе } D(z_f) = \frac{|p+h|}{\gamma(p+h^2)}$$

Нас интересует ситуация  $h^2 > p$ . Тогда  $z_f \approx f_2$ ,  $w(z_f) \approx w_2(f_2)$ , но  $D(z_f) \approx 1/(\gamma h)$ . То есть интенсивность возрастает, но ширина пика не уменьшается. Если  $h < p$ , то второй линзы как бы нет совсем.

# Интерферометрия

A. Snigirev, I. Snigireva, V. Kohn, V. Yunkin, S. Kuznetsov, M. B. Grigoriev, T. Roth, G. Vaughan, C. Detlefs, "**X-Ray Nanointerferometer Based on Si Refractive Bilenses**", Phys. Rev. Lett., 2009, vol. 103, N. 064801, p. 1-4



$z_0 = 54.16$  M  
 $z_1 = 3.94$  M  
 $\Lambda = 6.25$  MKM  
CCD  
 $\text{ps} = 0.645$  MKM

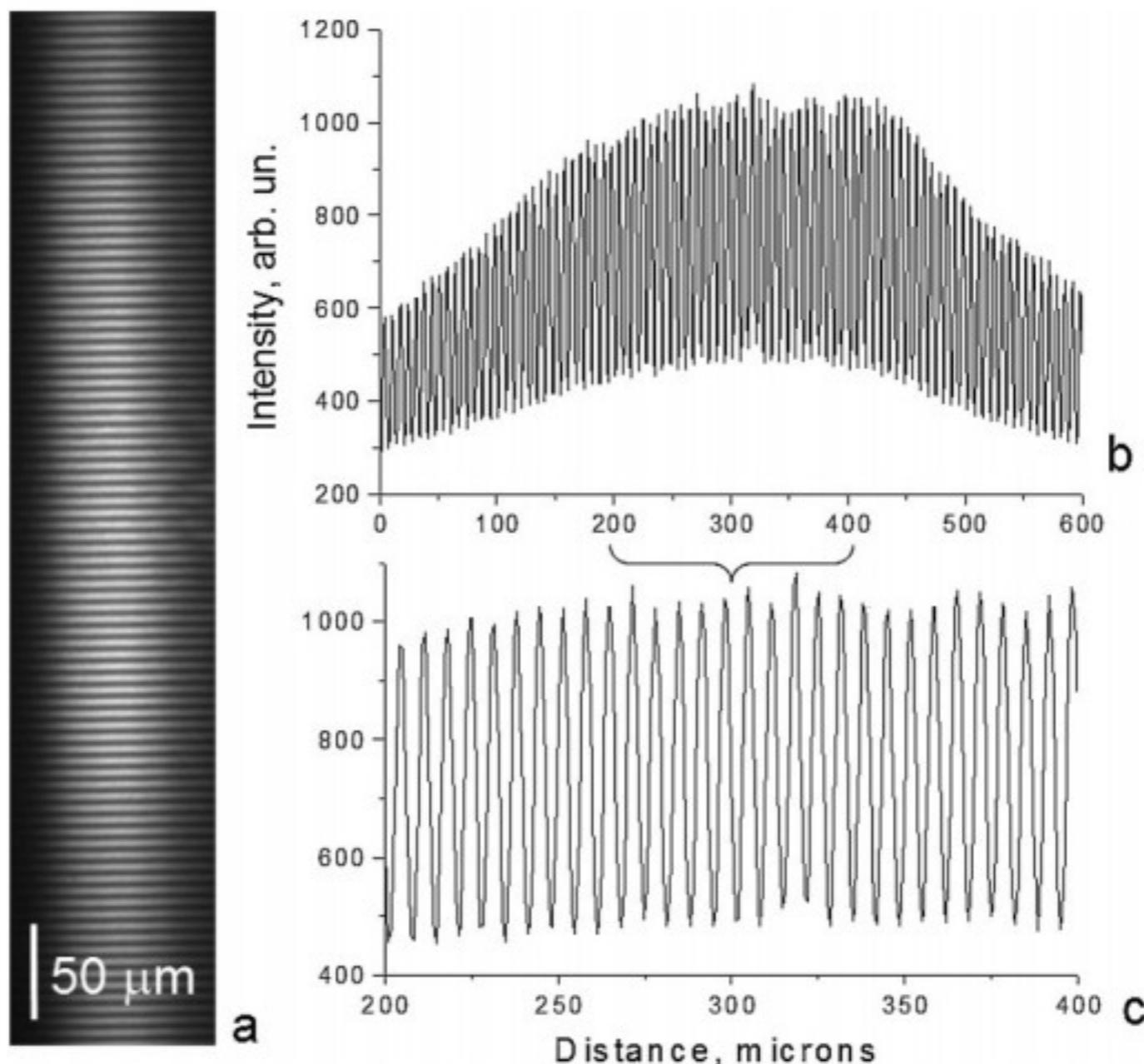


FIG. 2. An interference pattern (a) generated by a second bilens system, recorded at a 1 Å wavelength. The intensity variation (b) obtained for the line though the center of the fringe pattern and (c) insert showing a visibility of approximately 38%.

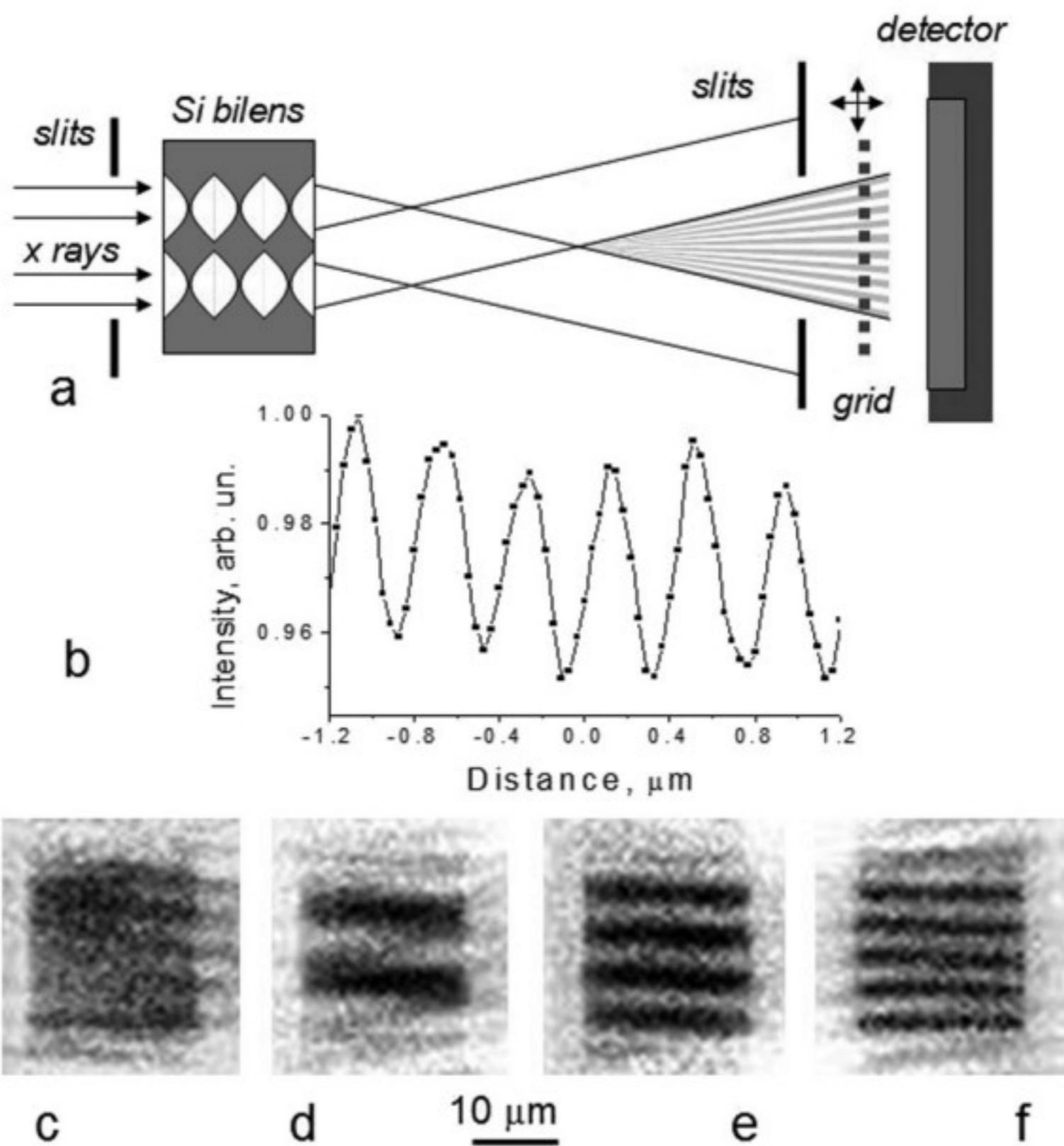
видность интерференционных полос

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \exp \left[ -\frac{\pi^2}{4 \ln 2} \left( \frac{S(z_f + z_1)}{\Lambda z_0} \right)^2 \right].$$

эффективный размер источника

$$S = \frac{\Lambda z_0}{(z_f + z_1)} \left( -\frac{\ln V}{3.56} \right)^{1/2}.$$

# Наноинтерферометрия: проблема с детектором

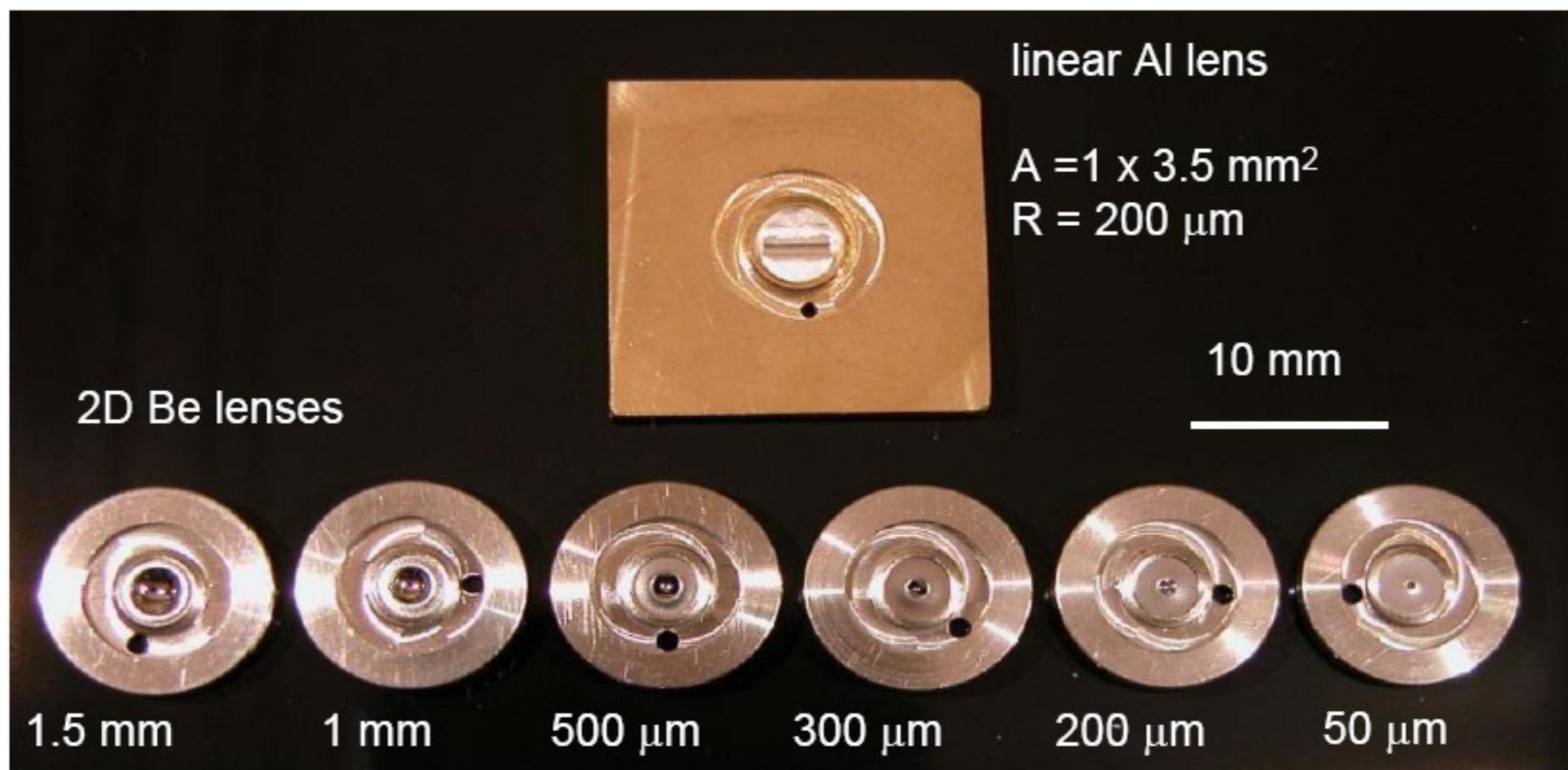


Ta grid,  $t = 0.5 \mu\text{m}$   
 $\mu t = 0.06$   
period 400 nm  
 $z_1 = 27 \text{ cm}$   
visibility 2%  
theory 2.3%

# Examples of real lenses

The best 2D lenses are created by Bruno Lengeler  
in RWTH Aachen University (Germany) by pressing materials  
Recently 1D lenses becomes available (the same technology)

<http://www.physik.rwth-aachen.de/en/institutes/institute-iib/group-lengeler>

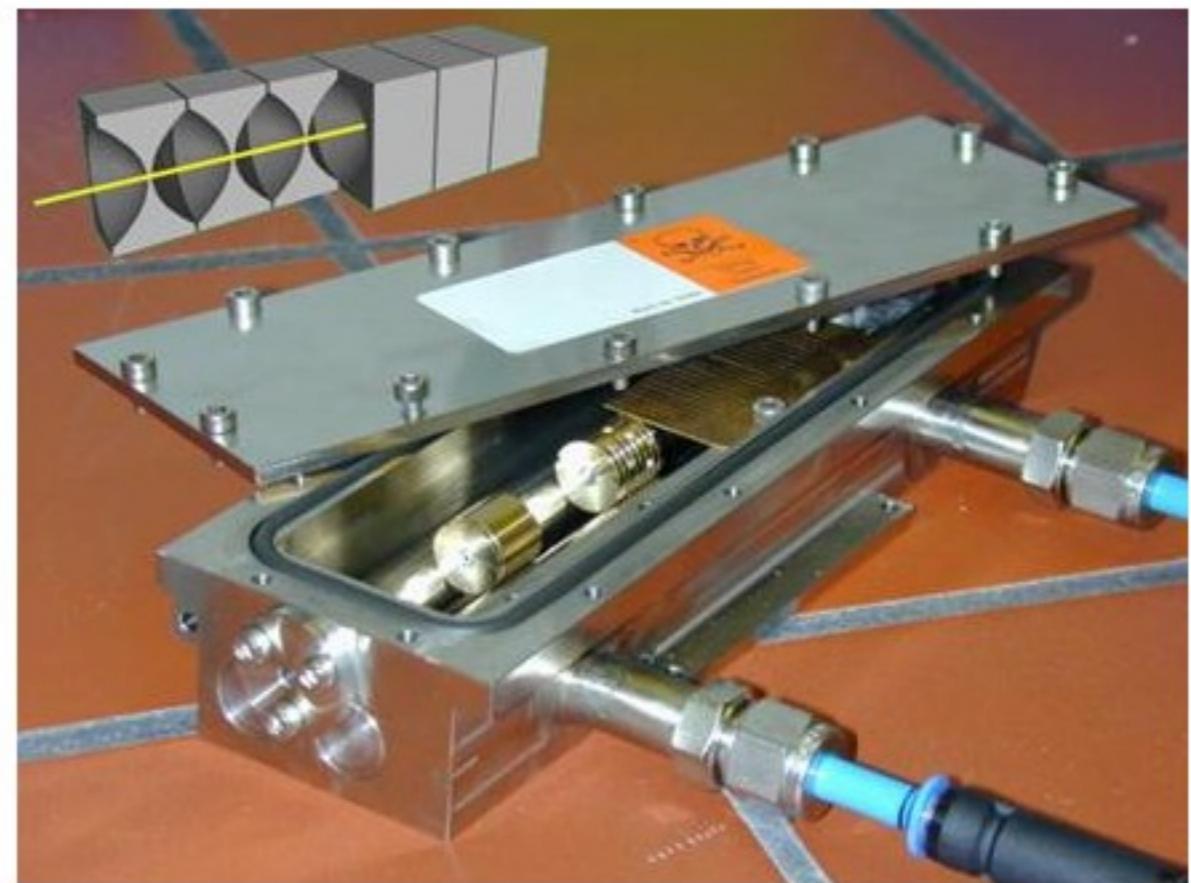
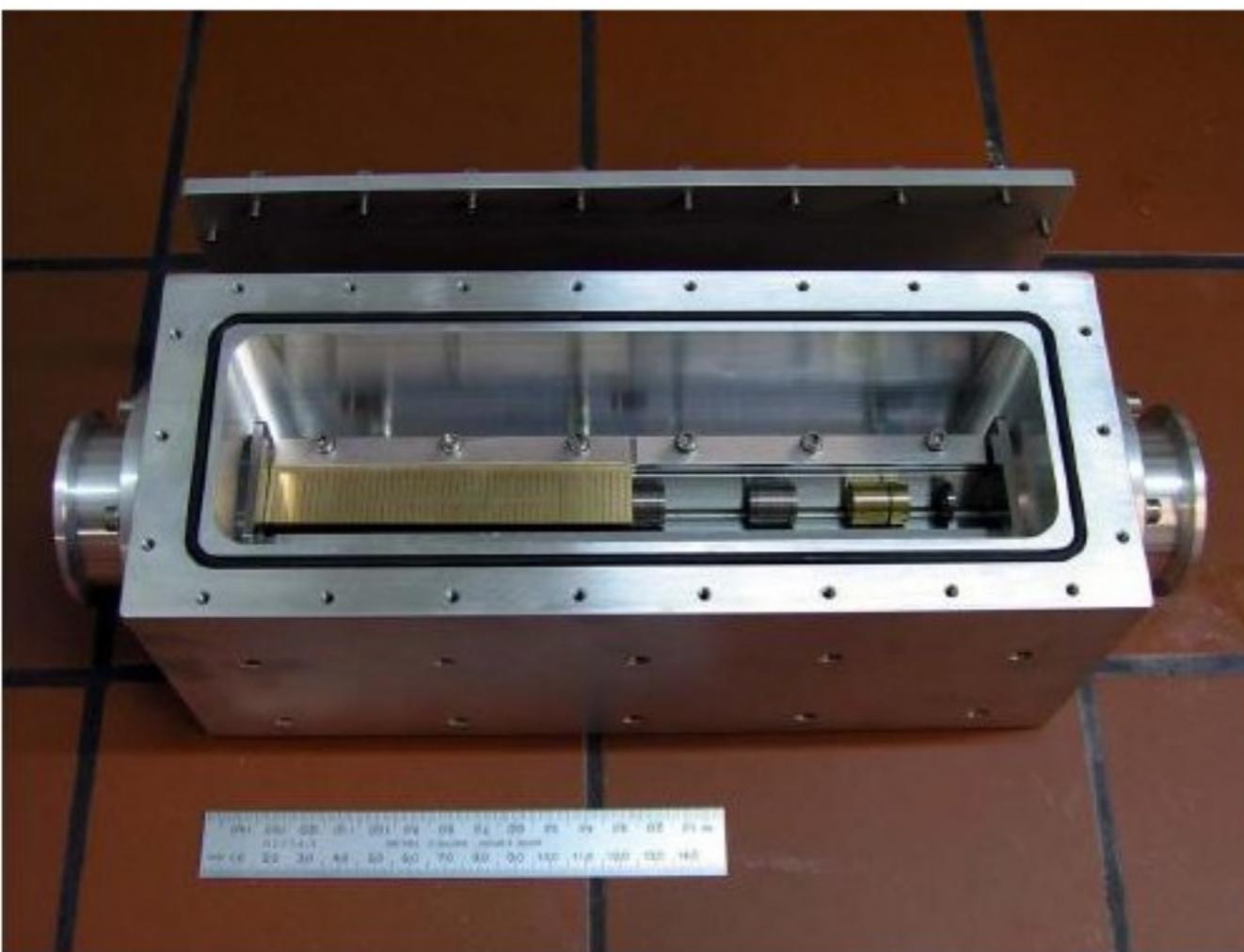
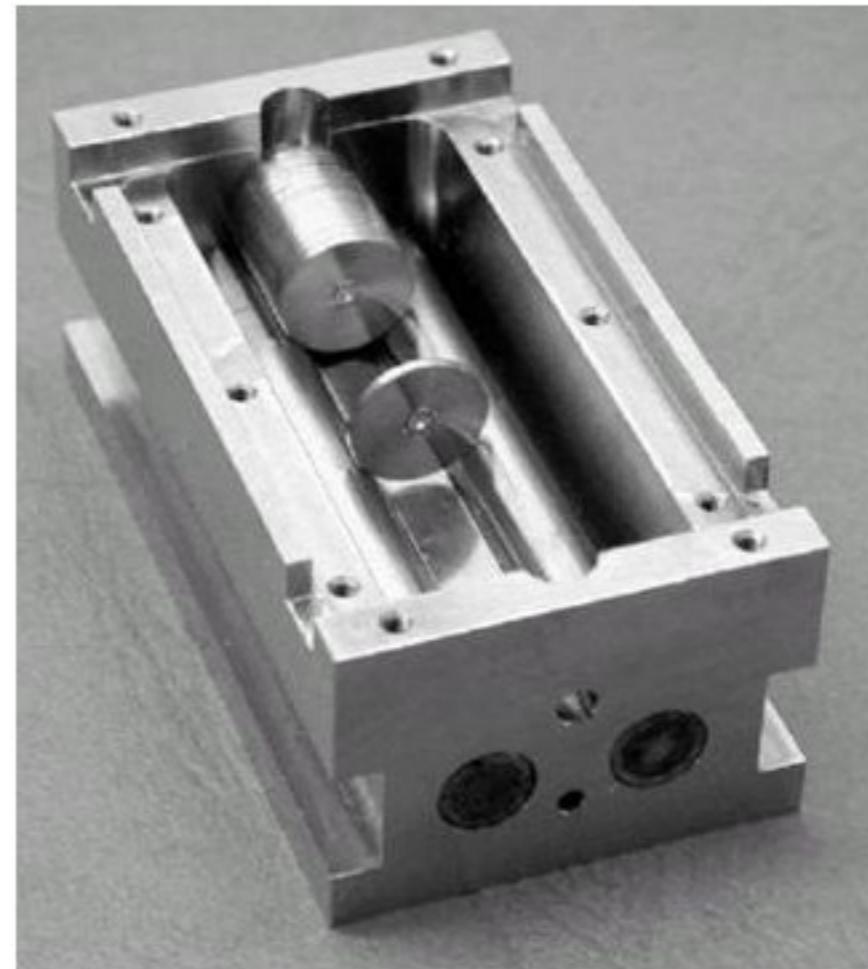


# Holders for Compound refractive lenses (CRL)

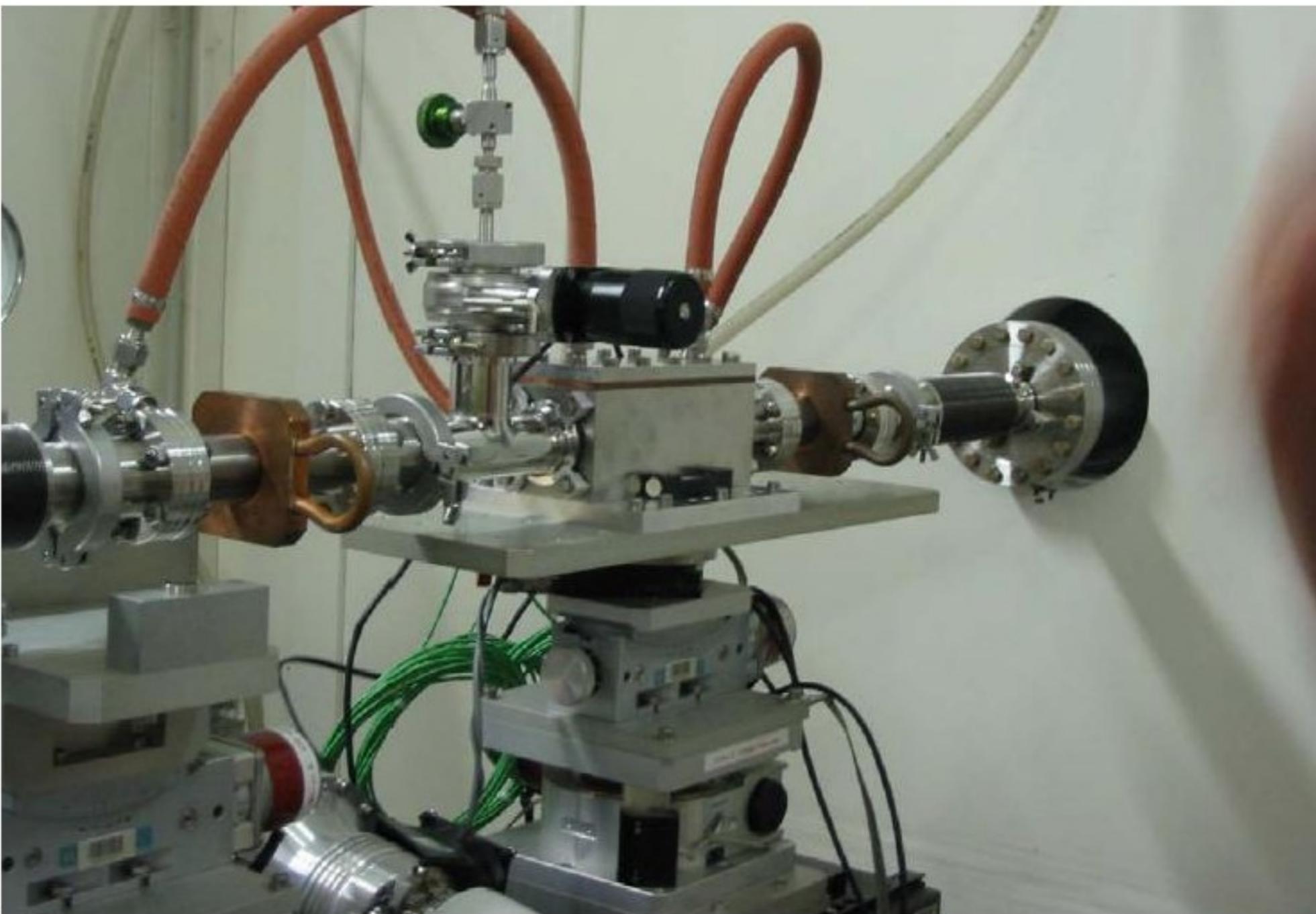
top right – Al (air) old

bottom right – Be (vacuum)

bottom left – New holder

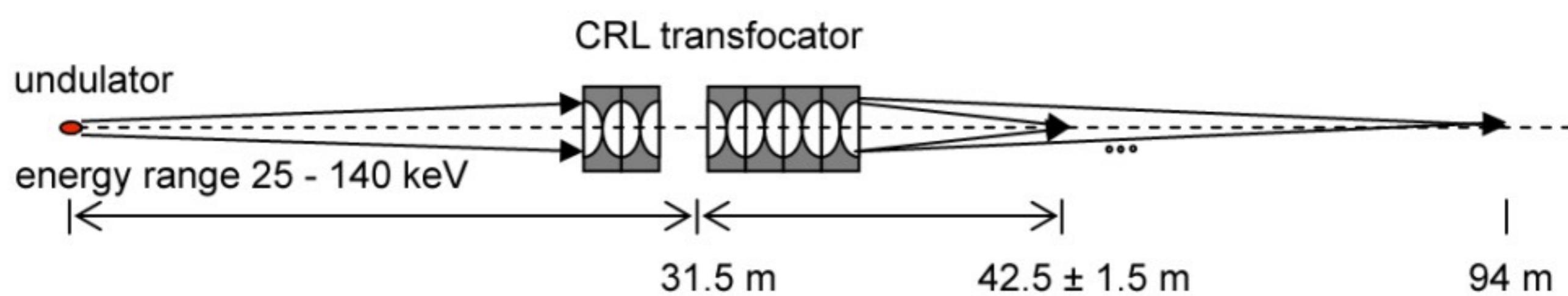
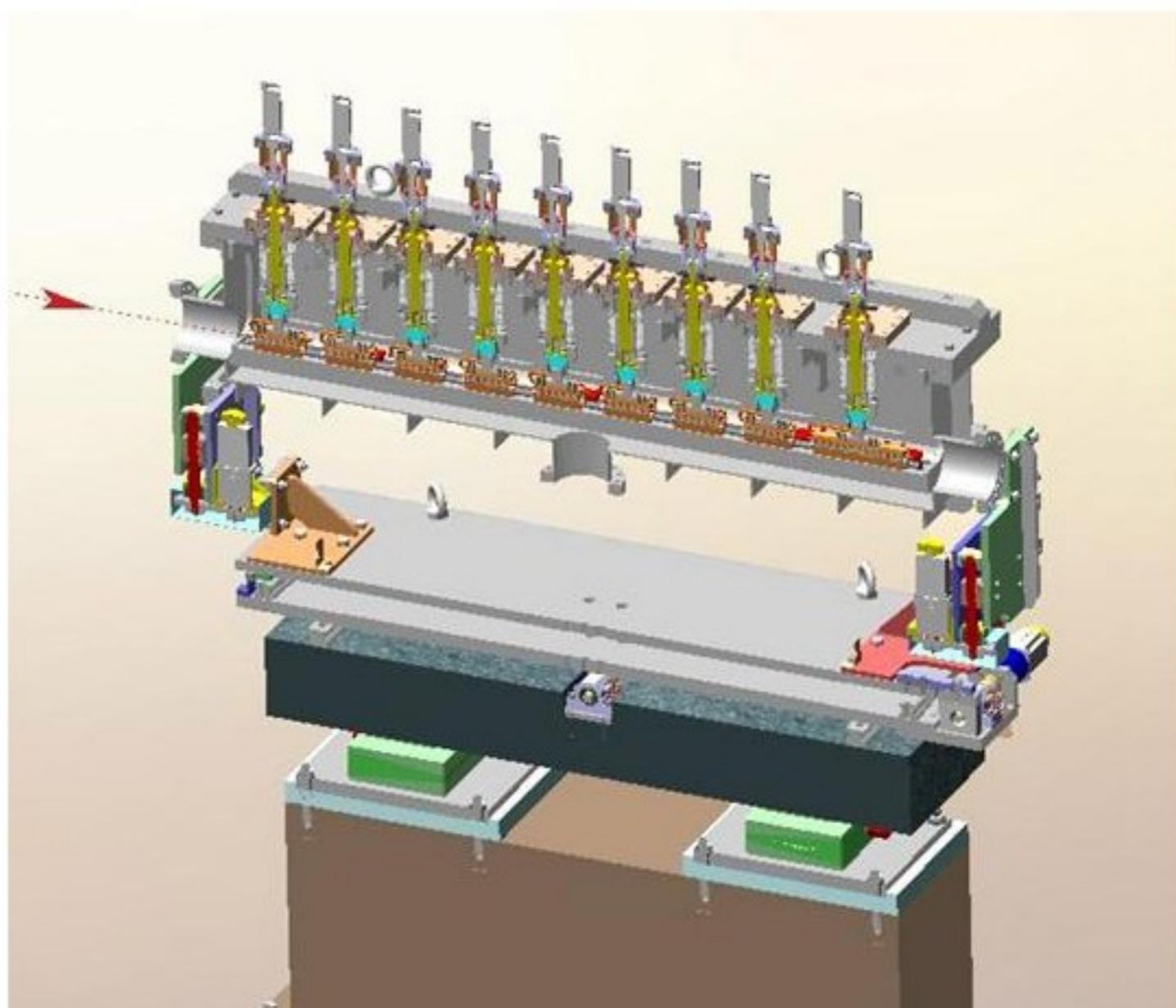


# Thermal stability in the intense beam Water cooled beryllium CRL at the ESRF (ID 10)



# Transfocator as compound CRL

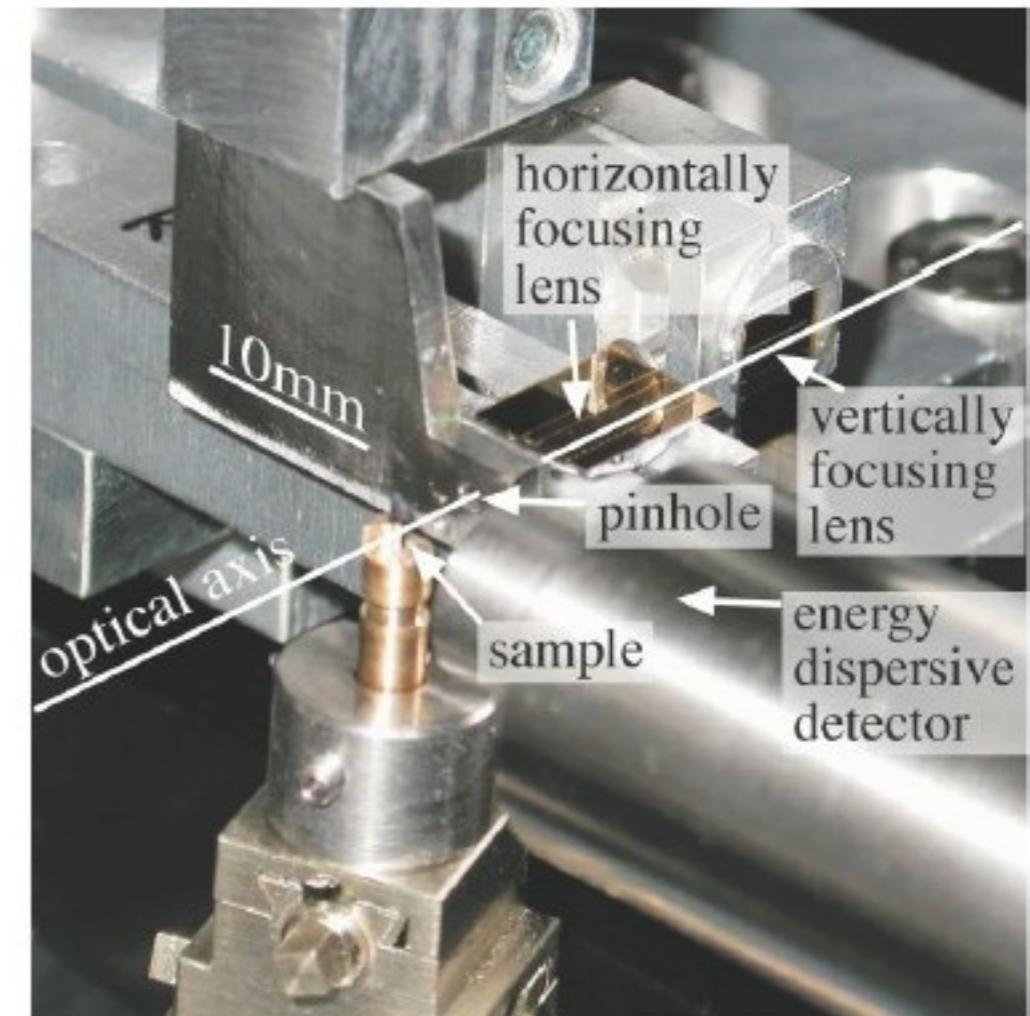
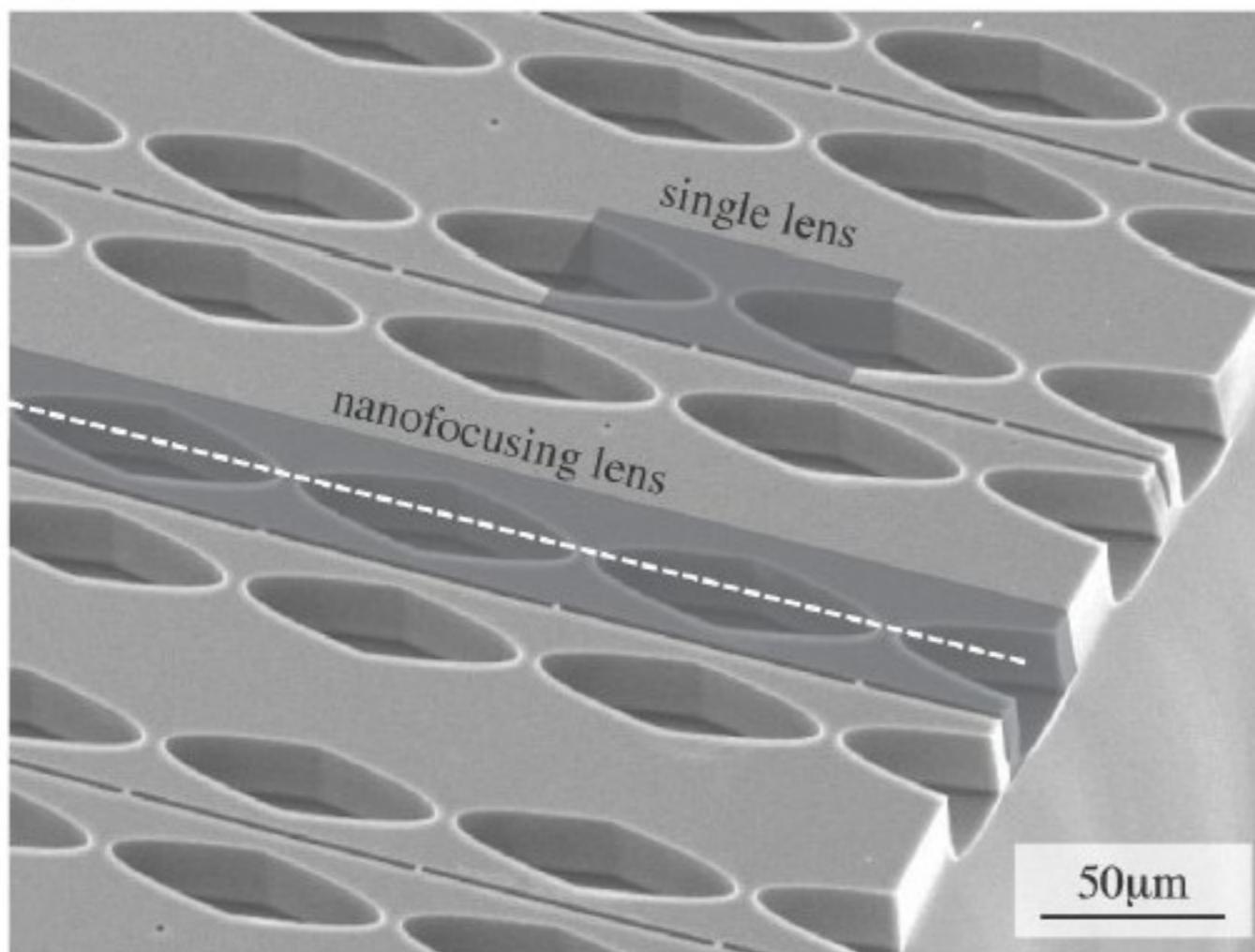
is a new possibility to create source of divergent beam closely to sample. The position of source is the same for all energies. It is cooled and is placed as first optical element.



# Planar silicon parabolic lenses made by microfabrication techniques

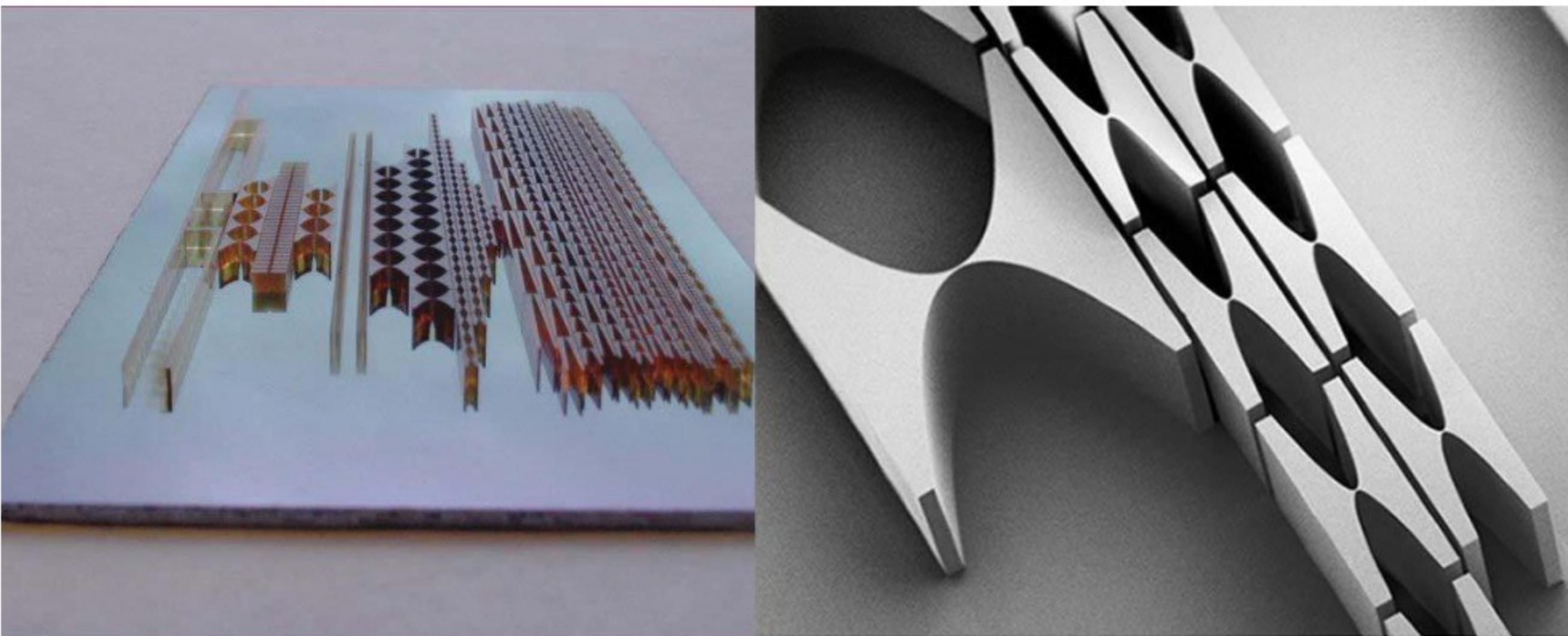
The lenses are fabricated using electron (e)-beam lithography  
and deep trench reactive ion etching. APL-2003-82-1485  
RWTH Aachen University, Shroer, ...., Lengeler

One lens makes 1D focus, two lenses make 2D focus



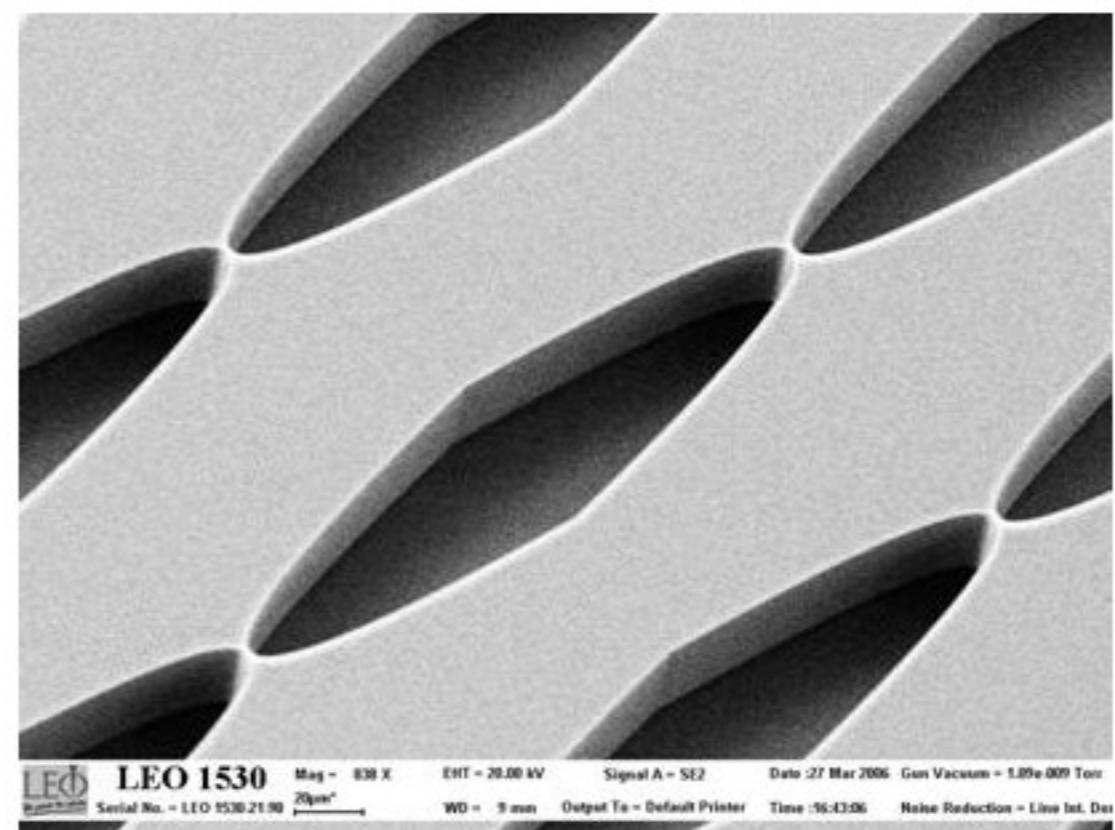
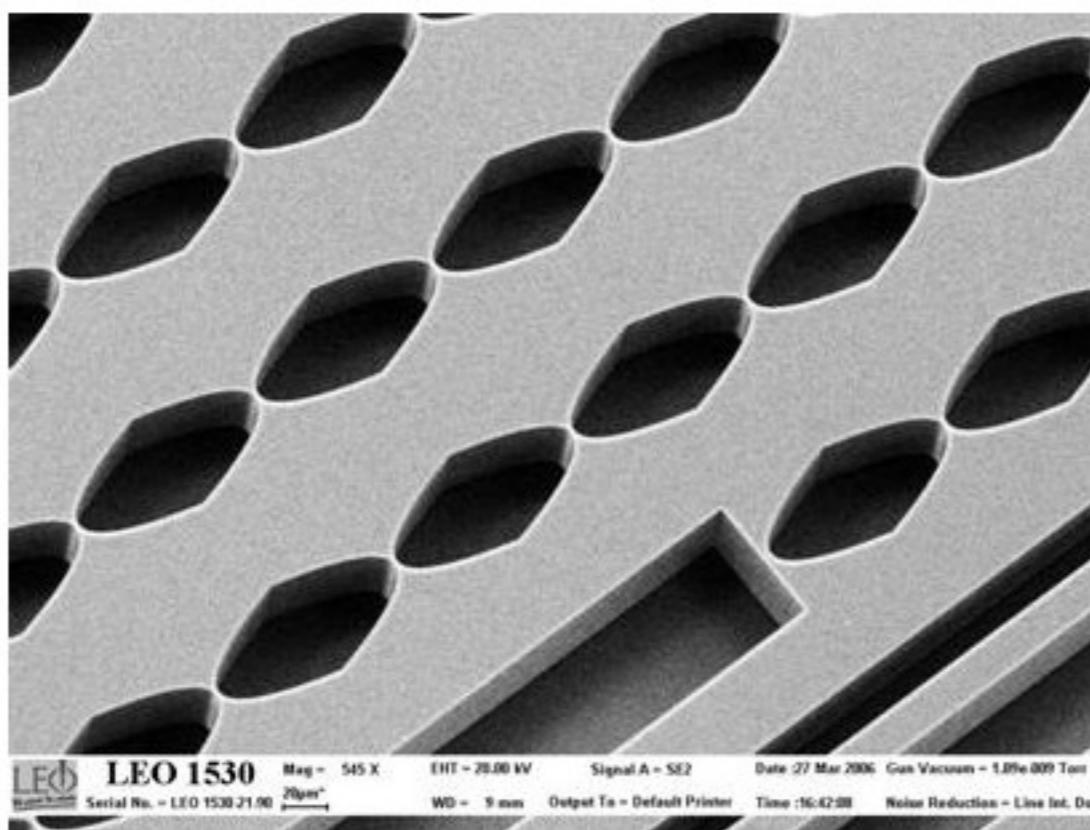
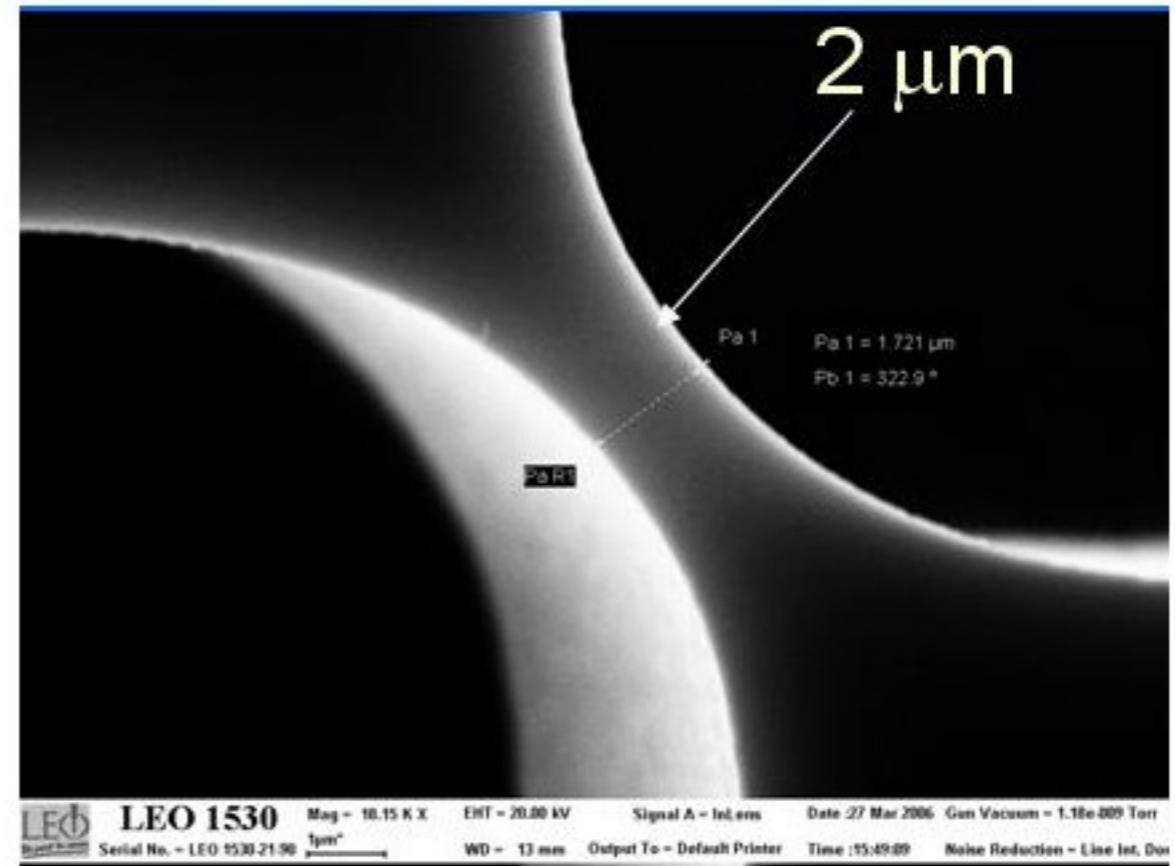
# Planar SU-8 parabolic lenses made by LIGA techniques

The lenses are fabricated from SU-8 resist using LIGA  
(Litographie, Galvanoformung и Abformung/electron)  
LITHO-3 ANKA beamline, SPIE-2003-5195-21  
IMT/FZK Karlsruhe, Germany, Nazmov, Reznikova



# Planar Si lenses nano-focusing and nano-interferometry

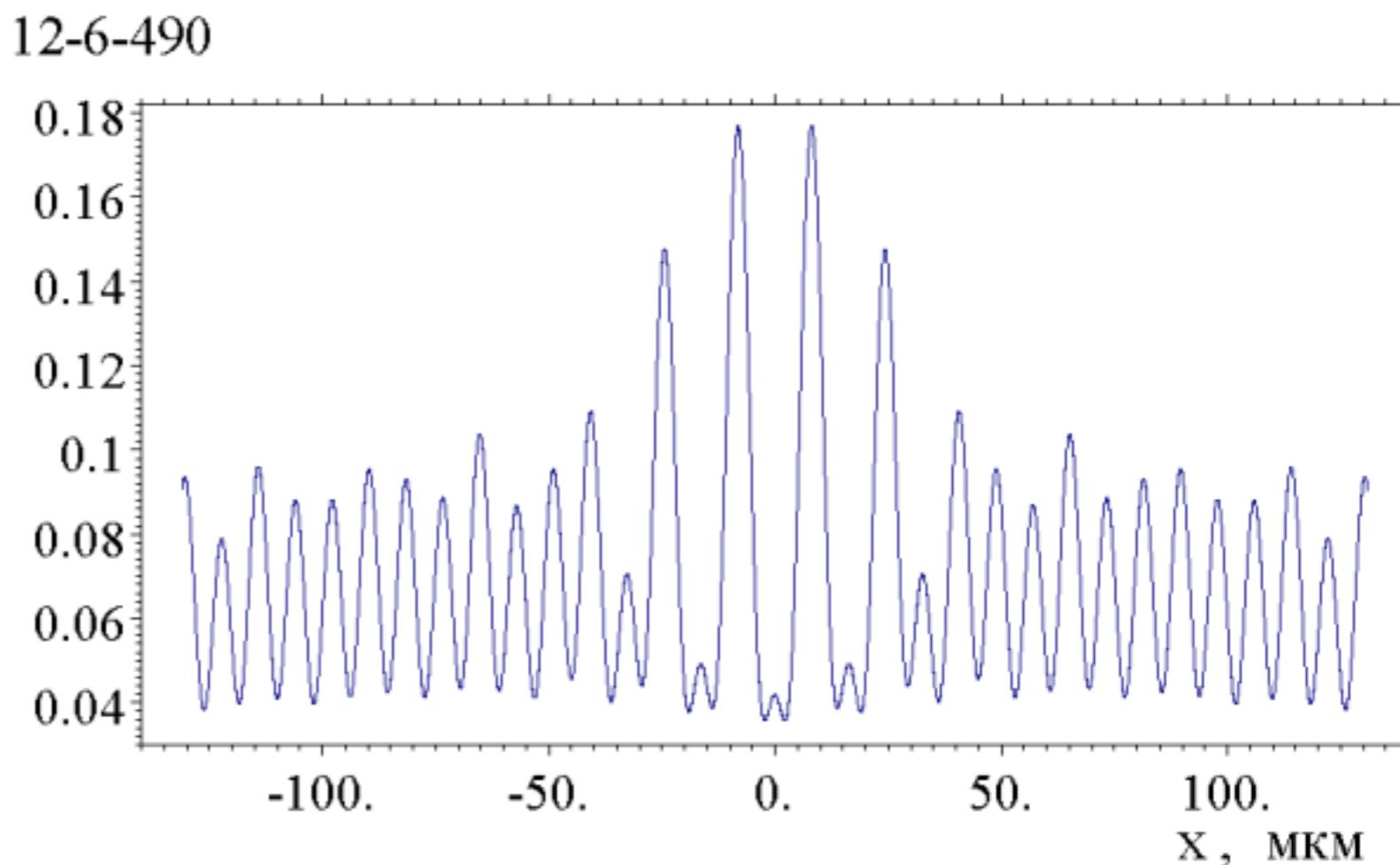
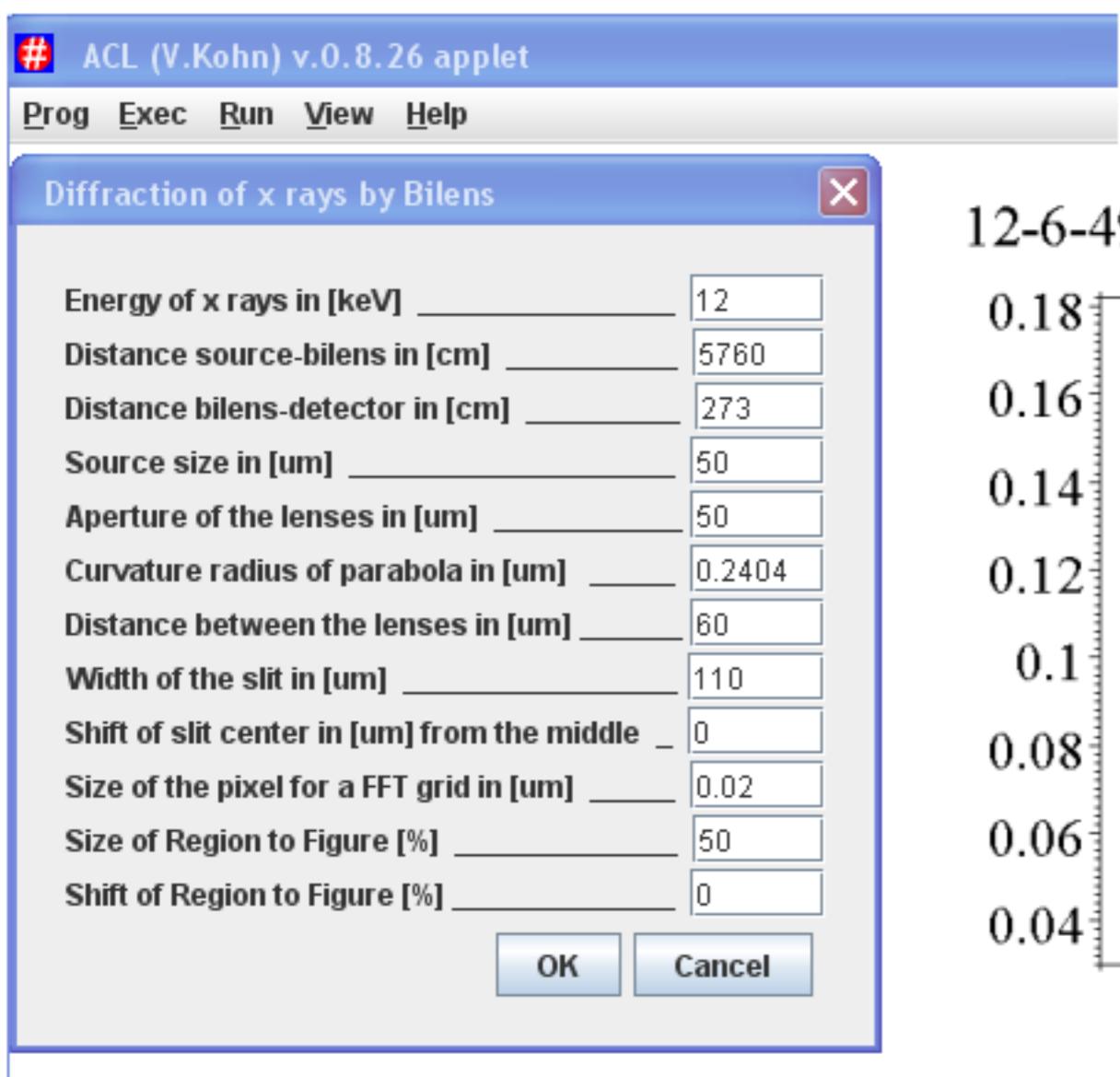
Developed e-beam lithography and  
deep etching. PRL-2009-103-064801  
Chernogolovka, Russia, Yunkin



# Computer simulations

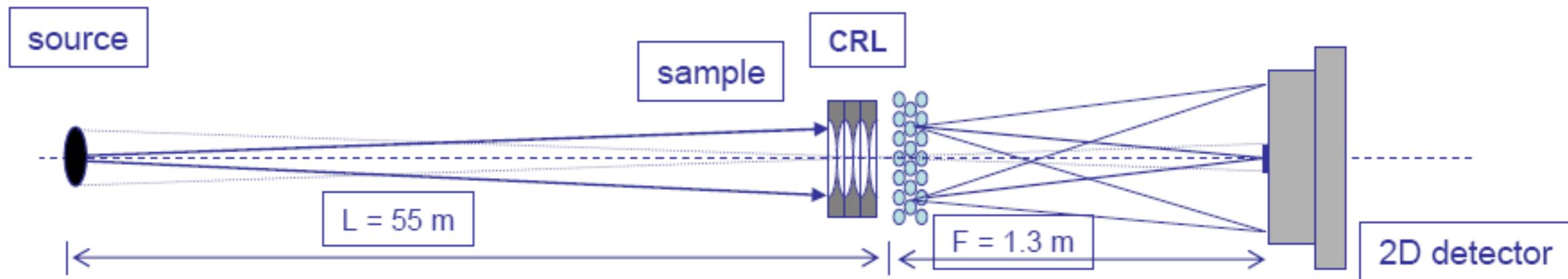
Various computer programs allow one to simulate properties of the intensity profile at the focus and any distance behind the CRL

Some programs even works in *Internet* as java-applets



# Some CRL applications. Fourier images APL-2005-86-014102

## X-ray High Resolution Diffraction Using Refractive Lenses



$E = 28 \text{ keV}$

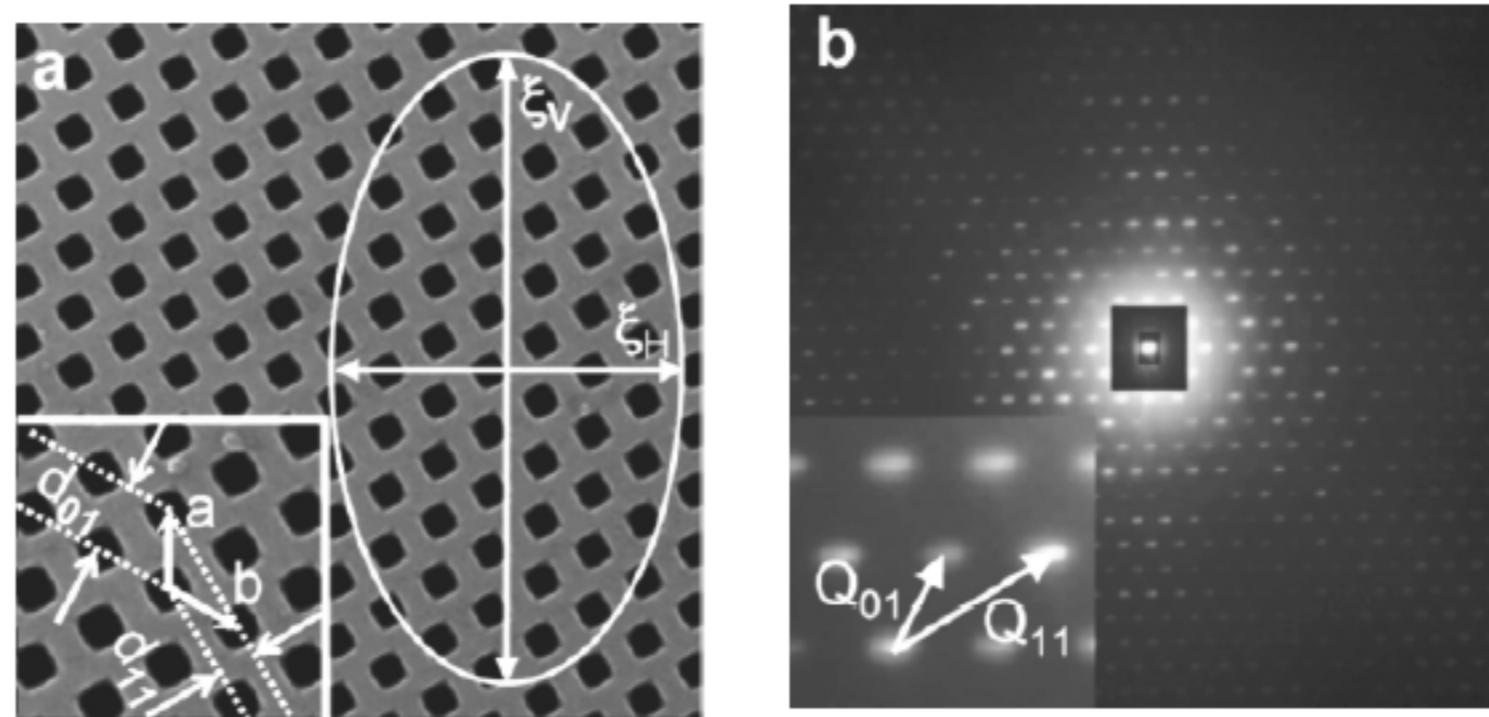
Al CRL,  $N = 112$ ,  $F = 1.3 \text{ m}$

CCD resolution  $2 \mu\text{m}$   
pixel /  $\Theta = d$

Resolution is limited  
by angular source size:  
 $s/L \sim 1 \mu\text{rad}$

Momentum transfer  
Resolution:  $10^{-4} \text{ nm}^{-1}$

Si photonic crystal  
 $a=b=4.2 \mu\text{m}$   $d_{01}=3.6 \mu\text{m}$   $d_{11}=2.1 \mu\text{m}$



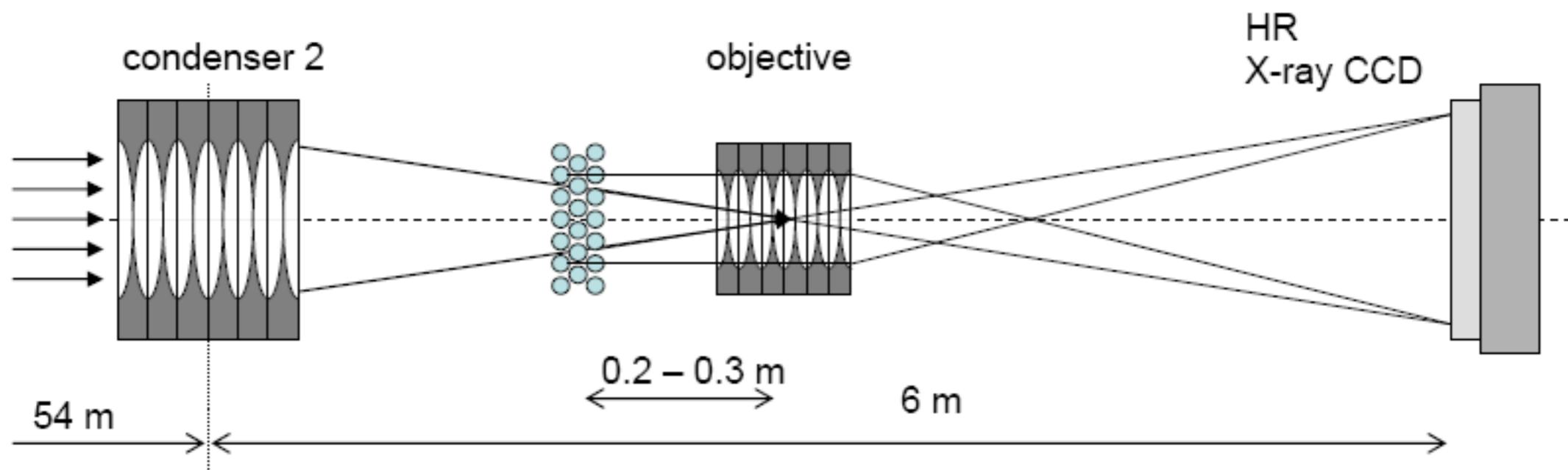
Lattice vectors  $g_{01} = 1.75 \cdot 10^{-3} \text{ nm}^{-1}$   $g_{11} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ nm}^{-1}$

Theory allows one to account for an absorption in the CRL which influences high order peaks visibility Opt. Comm. 2003-216-247, JETP-2003-97-204

# Some CRL applications. High resolution x-ray 2D microscopy. Snigirev et al. with Lengeler's CRLs

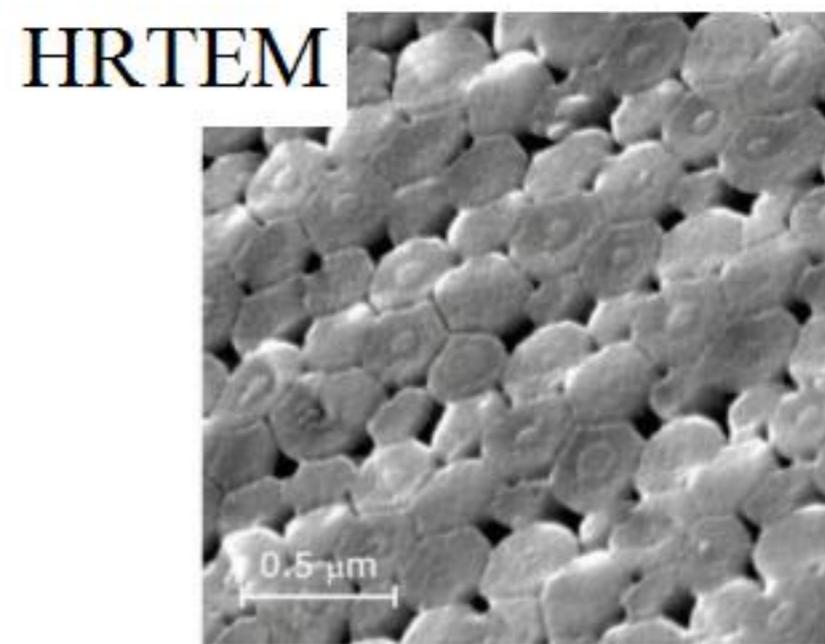
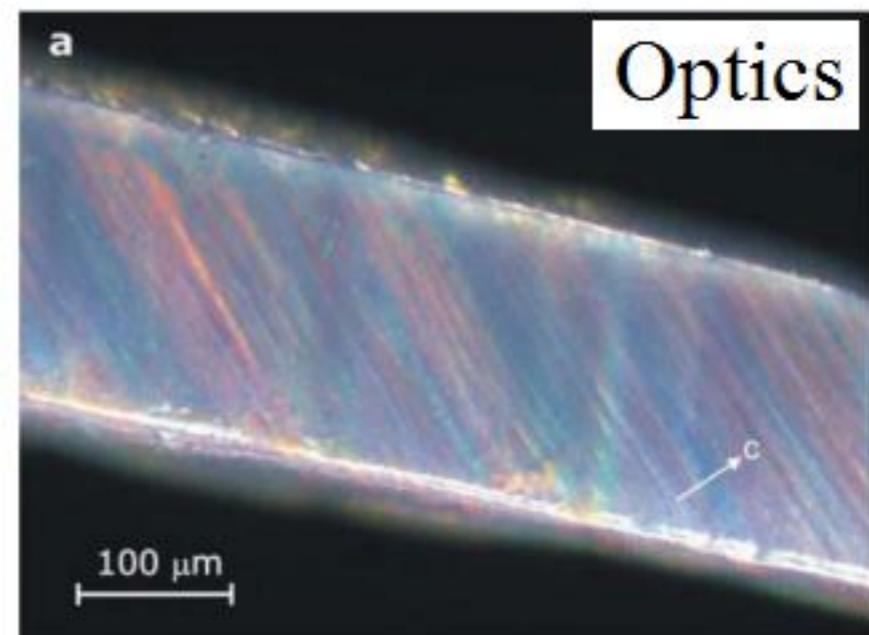
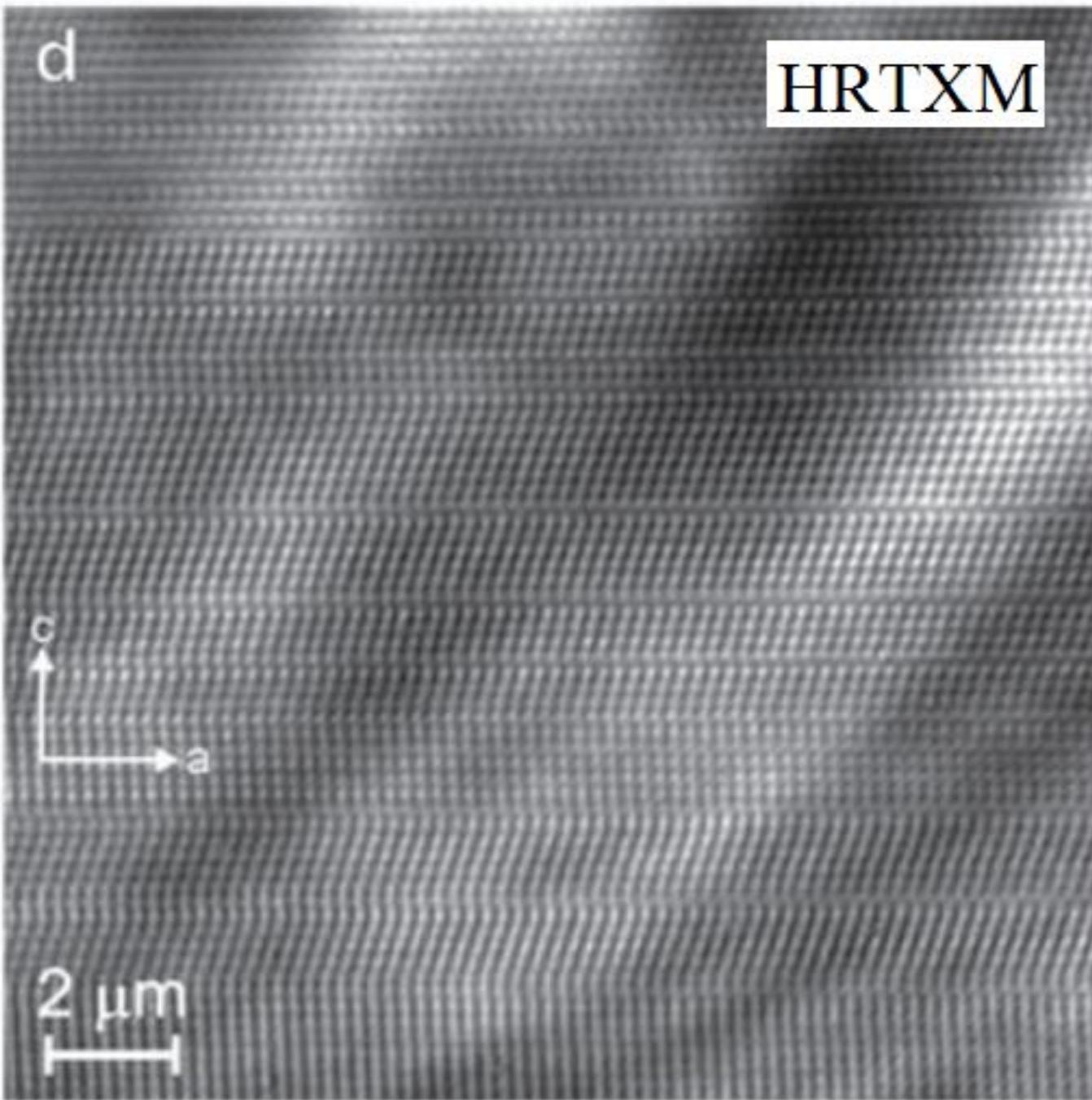
- (1) – The object is illuminated through a CRL with a large aperture to condense the beam at the object area under illumination (condenser 2)
- (2) – Objective CRL (objective) has a short focus length and it works as a microscop. Large magnification is necessary to adjust CCD detector resolution (about  $1 \mu\text{m}$ )

This technique allows one to see a real structure of opal crystals and photon crystals. The theory is not developed



# High-Resolution Transmission X-ray Microscopy: A New Tool for Mesoscopic Materials (Natural opal)

By Alexey Bosak, Irina Snigireva,\* Kirill S. Napolskii, and Anatoly Snigirev



БЛАГОДАРЬ  
ЗА  
ВНИМАНИЕ